

一种面向多无人机等边三角编队的混合命令调控器避障方法

刘晓畅, 宋原, 郭磊

(北京邮电大学智能工程与自动化学院, 北京, 100876)

摘要: 针对多无一种面向多无人机等边三角编队的混合命令调控器避障方法人机在复杂环境下协同飞行过程中存在的避障安全与编队保持问题, 提出一种面向等边三角编队的混合命令调控器方法。在传统命令调控器框架基础上, 通过构造基于支撑超平面的障碍物安全约束, 实现对无人机预测轨迹的实时安全调节, 并利用最大输出可行域理论保证命令调控过程的递归可行性。在系统结构上, 采用领导者-跟随者分布式架构, 由领导者负责路径跟踪与障碍物规避, 跟随者通过局部优化维持等边三角编队结构。同时引入机间最小安全距离约束, 以避免编队内部碰撞。仿真结果表明, 该方法能够在复杂障碍环境下实现无人机编队的安全避障与稳定编队保持, 并保证飞行轨迹的连续性与平滑性。

关键词: 多无人机系统; 编队控制; 命令调控器; 分布式控制; 避障

中图分类号: TP242.6

A Hybrid Command Governor-Based Obstacle Avoidance Method for Multi-UAV Equilateral Triangle Formation

LIU Xiaochang, SONG Yuan, GUO Lei

(School of Intelligent Engineering and Automation, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing, 100876)

Abstract: To address the issues of obstacle avoidance safety and formation maintenance in cooperative flight of multiple unmanned aerial vehicles (UAVs) operating in complex environments, a hybrid command governor method for equilateral triangle formation is proposed. Based on the conventional command governor framework, obstacle safety constraints are constructed using supporting hyperplanes to enable real-time safety regulation of the predicted UAV trajectories. Meanwhile, the recursive feasibility of the command regulation process is guaranteed by the theory of the Maximum Output Admissible Set (MOAS). From the system architecture perspective, a distributed Leader-Follower structure is adopted, where the leader is responsible for path tracking and obstacle avoidance, while the followers maintain the equilateral triangle formation through local optimization. In addition, a minimum inter-UAV safety distance constraint is introduced to prevent collisions within the formation. Simulation results demonstrate that the proposed method can achieve safe obstacle avoidance and stable formation maintenance for multi-UAV systems in complex environments, while ensuring the continuity and smoothness of the flight trajectory.

Key words: multi-UAV systems; formation control; command governor; distributed control; obstacle avoidance

0 引言

多无人机系统由于具有任务覆盖范围广、系统冗余度高以及协同能力强等优势, 在灾害监测、环境巡检、目标搜索以及协同运输等任务中展现出广阔的应用前景。但如何在满足系统约束的同时实现安全避障与稳定编队保持, 成为多无人机协同控制研究中的关键问题之

作者简介: 刘晓畅 (2000-), 女, 主要研究方向: 机器人智能感知与控制

通信联系人: 宋原 (1987-), 男, 工程师, 硕导, 主要研究方向: 智能机器人与强化学习, 智能系统与智能控制. E-mail: songyuan@bupt.edu.cn

一。

45 针对具有约束条件的控制问题，模型预测控制（Model Predictive Control, MPC）可以实现具有障碍规避能力的轨迹跟踪控制^[1]。然而，MPC 方法对计算资源与通信能力提出较高要求。为了降低在线计算复杂度，Reference Governor（RG）和 Command Governor（CG）通过在原有闭环控制系统外层引入参考调节机制，在尽量保持原闭环动态性能的同时保证系统约束不被违反^[2]。在飞行器控制领域，四旋翼参考治理策略提升自适应性能调节能力^[3]。

50 在无人机避障控制方面，人工势场（Artificial Potential Field, APF）方法由于结构简单、计算效率高而被广泛应用^[4]。为改善传统 APF 方法可能产生的目标不可达问题，通过引入滑模控制提高系统鲁棒性并改善避障性能提出结合滑模控制的改进人工势场方法（IAAPF）^[5]。控制障碍函数（Control Barrier Function, CBF）能够从理论上保证系统状态始终保持在安全集合内^[6]，但更适用于硬实时和超调敏感的系统，而 CG 方法具有结构简单且计算负担较小的特点，对模型精度的敏感性更低。

55 在多无人机编队控制方面，目前常见的方法包括结构简单且易于实现的 Leader-Follower 方法^[7]、可以实现多智能体之间的状态一致性但难以保障始终满足安全约束的一致性控制（Consensus Control）^[8]方法以及保持编队几何保持性能的虚拟结构方法^[9]等。

60 针对上述问题，本文提出一种面向多无人机的混合命令调控器（Hybrid Command Governor, HCG）方法。在 Leader-Follower 分布式架构下，通过支撑超平面构造障碍物安全约束，并利用命令调控器对参考信号进行在线修正。同时，引入机间最小距离约束以避免编队内部碰撞，从而实现多无人机编队保持与避障控制的统一协调。为了验证所提出方法的有效性，本文选取近年来提出的 IAAPF 方法^[5]作为对比算法，通过仿真对比分析两种方法在编队保持性能、避障安全性等方面的差异。

65 1 系统模型

考虑三架旋翼无人机组成编队：

$$V = \{1, 2, 3\} \tag{1}$$

设第 i 架无人机在惯性坐标系中的位置为：

$$\mathbf{p}_i(k) = [x_i, y_i, z_i]^T \in \mathbb{R}^3 \tag{2}$$

70 根据牛顿第二定律，四旋翼的平动动力学可表示为^[10]：

$$m_i \ddot{\mathbf{p}}_i = m_i g \mathbf{e}_3 - T_i \mathbf{R} \mathbf{e}_3 \tag{3}$$

其中 m_i 为第 i 架无人机的质量， g 为重力加速度， T_i 为第 i 架无人机的总推力， $\mathbf{e}_3 = [0, 0, 1]^T$ ， $\mathbf{R} \in SO(3)$ 为机体系到惯性系的旋转矩阵。展开后可得位置加速度表达式：

$$\ddot{\mathbf{p}}_i = g \mathbf{e}_3 - \frac{T_i}{m_i} \mathbf{R} \mathbf{e}_3 \tag{4}$$

75 可以看出，无人机的位置加速度由推力和姿态角共同决定，因此系统具有明显的非线性耦合特性。

为了构造可用于外层参考治理的线性模型，将无人机位置定义为系统输出：

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{p}_i \tag{5}$$

定义新的虚拟控制输入

$$80 \quad \mathbf{u}_i = [u_{ix}, u_{iy}, u_{iz}]^T = \ddot{\mathbf{p}}_i \tag{6}$$

需要指出的是，上述虚拟控制输入 \mathbf{u}_i 并不是无人机系统的真实物理输入。四旋翼无人机的实际控制量为电机产生的总推力 T_i 以及由姿态角 (ϕ, θ, ψ) 所决定的推力方向，而位置加速度则由推力大小与机体姿态共同决定。因此，为了使系统能够按照所定义的虚拟输入 \mathbf{u}_i 产生相应的加速度，需要进一步通过输入变换与内外环控制结构实现动态逆控制。

85 具体而言，当外层控制器给定期望加速度 \mathbf{u}_i 可以根据下列平动动力学关系反求所需的总推力大小以及期望姿态方向。

$$\mathbf{u}_i = g\mathbf{e}_3 - \frac{T_i}{m_i} R\mathbf{e}_3 \quad (7)$$

90 其中，总推力的大小可由期望加速度向量的模长确定，而推力方向则通过构造期望姿态矩阵使机体推力轴与期望加速度方向保持一致。随后，通过内层姿态控制器使无人机姿态快速跟踪该期望姿态，从而在物理上实现所需的推力方向与大小。

原始由推力与姿态耦合决定的非线性平动动力学可以在外层等效表示为

$$\ddot{\mathbf{p}}_i = \mathbf{u}_i \quad (8)$$

由此，四旋翼无人机的位置子系统被转化为三个相互解耦的二阶积分通道，即

$$\ddot{x}_i = u_{ix}, \ddot{y}_i = u_{iy}, \ddot{z}_i = u_{iz} \quad (9)$$

95 上述过程通过对系统输入进行重新定义，并结合姿态内环的快速跟踪能力，将原始非线性耦合动力学转化为线性双积分系统，这一过程即称为四旋翼位置子系统的精确反馈线性化。该线性化结果为后续命令调控器的预测模型建立与约束分析提供了理论基础。

定义系统状态向量为 $\mathbf{x}_i = [\mathbf{p}_i, \dot{\mathbf{p}}_i]^\top = [x_i, y_i, z_i, \dot{x}_i, \dot{y}_i, \dot{z}_i]^\top$ ，则系统的连续时间状态空间模型可写为：

$$100 \quad \dot{\mathbf{x}}_i = \mathbf{A}_c \mathbf{x}_i + \mathbf{B}_c \mathbf{u}_i \quad (10)$$

其中

$$\mathbf{A}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_3 \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix}, \mathbf{B}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \quad (11)$$

系统输出为位置变量，因此

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{C}_c \mathbf{x}_i + \mathbf{D}_c \mathbf{u}_i \quad (12)$$

105 其中

$$\mathbf{C}_c = [\mathbf{I}_3 \quad \mathbf{0}_{3 \times 3}], \mathbf{D}_c = \mathbf{0}_{3 \times 3} \quad (13)$$

命令调控器通常在离散时间框架下运行，因此需要对上述连续系统进行离散化。设采样周期为 T_s ，在零阶保持条件下，每架无人机的离散状态空间模型：

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_i(k+1) &= \mathbf{A} \mathbf{x}_i(k) + \mathbf{B} \mathbf{u}_i(k) \\ \mathbf{y}_i(k) &= \mathbf{C} \mathbf{x}_i(k) + \mathbf{D} \mathbf{u}_i(k) \end{aligned} \quad (14)$$

110 其中

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & T_s \mathbf{I}_3 \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_3 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} T_s^2 \mathbf{I}_3 \\ T_s \mathbf{I}_3 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = [\mathbf{I}_3 \quad \mathbf{0}_{3 \times 3}], \mathbf{D} = \mathbf{0}_{3 \times 3} \quad (15)$$

该离散模型描述了无人机位置与速度的动态演化关系，其中状态向量包含位置与速度信息。相比仅使用位置变量的简化模型，该模型能够更加准确地描述无人机的运动过程，因此更适用于命令调控器中的约束预测。

115 在命令调控器框架中，外层规划器给出的参考轨迹记为 $\mathbf{v}_i(k)$ ，命令调控器通过在线求解约束优化问题，对参考信号进行修正，从而生成满足系统约束与环境约束的可行参考。由此得到的离散预测模型^[2]：

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_i(k+1) &= \mathbf{A}\mathbf{x}_i(k) + \mathbf{B}\mathbf{v}_i(k) \\ \mathbf{y}_i(k) &= \mathbf{C}\mathbf{x}_i(k) \end{aligned} \quad (16)$$

120 矩阵 $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ 为系统状态转移矩阵，用于描述无人机位置状态在离散采样周期内的自然演化关系；矩阵 $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{6 \times 3}$ 为输入矩阵，表示命令参考对系统状态变化的影响。

$\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{3 \times 6}$ 为输出矩阵，用于将系统状态映射到约束输出空间。

通过上述离散预测模型，可以在每个采样时刻根据当前系统状态 $\mathbf{x}_i(k)$ 和命令参考 $\mathbf{v}_i(k)$ 预测无人机下一时刻的状态及输出，从而为后续命令调控器的约束可行性判定与参考修正提供模型基础。

125 理想情况下，实际位置 $\mathbf{p}_i(k)$ 应跟踪命令调控器预测模型所对应的可行参考轨迹。

通信图定义为

$$\mathcal{E} = \{(2,1), (3,1)\} \quad (17)$$

130 即无人机 2 和无人机 3 均与无人机 1 通信，但是 followers 之间不必通信。邻居集合定义为 $\mathbf{N}_1 = \emptyset, \mathbf{N}_2 = \{1\}, \mathbf{N}_3 = \{1\}$ ，该结构保证无人机 1 没有需要跟随的对象，它是 leader，决定整体运动方向，而无人机 2 与无人机 3 作为 followers 仅需获取 leader 的状态信息即可维持期望队形，从而降低系统通信负担并提高控制结构的可扩展性。

整体流程如图 1 所示。

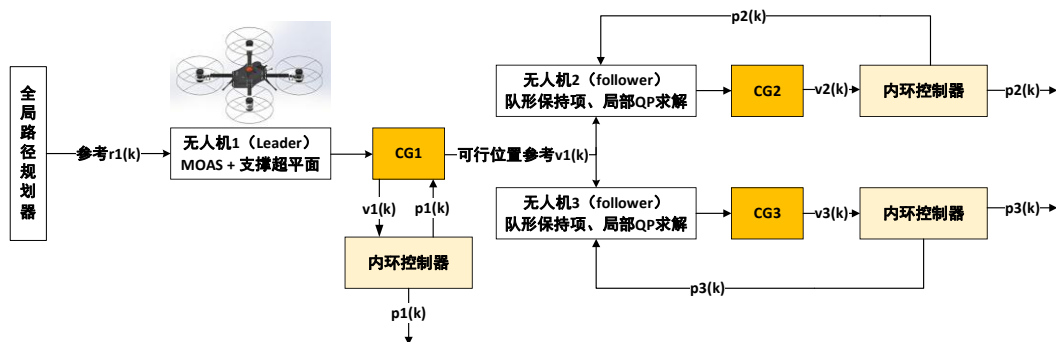


图 1 多无人机命令调控器控制流程图

135 Fig. 1 Control flow diagram of the command governor for a multi-UAV system

需要指出的是，命令调控器并不直接参与控制律的设计，而是作为附加模块作用于原有闭环控制系统的参考输入端。本文所称的闭环控制系统是指由无人机动力学模型与其反馈控制器共同构成的飞行控制系统，其中控制器根据系统状态与参考信号生成控制输入，从而实现无人机对参考轨迹的稳定跟踪。为了便于命令调控器的设计与分析，通常假设该闭环系统在给定参考信号下是稳定的，并且能够在一定性能要求下完成轨迹跟踪。在实际应用中，该飞行控制器可以采用 PID 控制、滑模控制（SMC）或其他常见飞行控制方法。命令调控器通过对规划器生成的参考信号进行在线调节，得到满足系统约束条件的可行参考信号，并将其输入至原闭环控制系统。这样，在不改变原有飞行控制器结构及其稳定性的前提下，即可保证系统状态在飞行过程中满足障碍物避让及机间安全距离等约束条件。本文默认使用滑模控制方法。

140

145

2 基于支撑超平面的避障建模

设第 j 个障碍物在三维空间中表示为凸多面体:

$$\mathcal{O}_j = \{\xi \in \mathbb{R}^3 \mid \mathbf{A}_j \xi \leq \mathbf{b}_j\} \quad (18)$$

150

其中 $\xi \in \mathbb{R}^3$ 表示三维空间中的任意位置点, 用于描述障碍物所占据的几何区域。引入无人机等效外接球模型, 其安全距离定义为

$$d_{safe} = r_u + r_s \quad (19)$$

其中 r_u 为无人机等效外接球半径。 r_s 为额外引入的安全裕度, 用于补偿定位误差及外界扰动的影响。

155

在采样时刻 k , 以当前位置 $\xi_c(k)$ 为基准, 通常情况下取 $\xi_c(k) = \mathbf{p}(k)$, 求其在障碍物集合 \mathcal{O}_j 上的最近点:

$$\xi_j^*(k) = \arg \min_{\xi \in \mathcal{O}_j} \|\xi - \mathbf{p}(k)\|_2 \quad (20)$$

由于 $\xi_j^*(k)$ 为当前位置到障碍物集合的最近点, 根据凸集投影的最优性条件, 向量 $\mathbf{p}(k) - \xi_j^*(k)$ 必属于该点的法锥方向, 因此与障碍物边界处的切平面正交^[11]。对该向量进行归一化即可得到支撑超平面的单位法向量, 其表达式为:

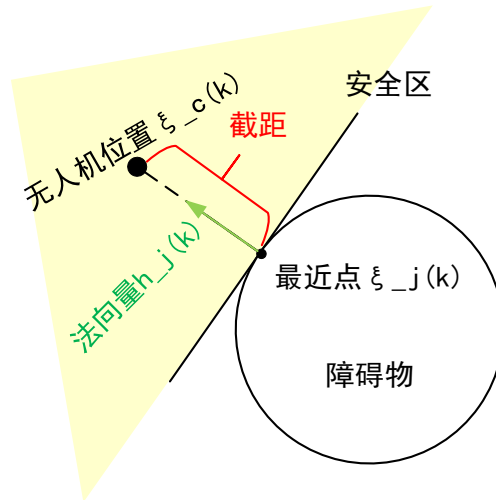
160

$$\mathbf{h}_j(k) = \frac{\xi_c - \xi_j^*(k)}{\|\xi_c - \xi_j^*(k)\|_2} \quad (21)$$

进一步可得到支撑超平面的截距:

$$\mathcal{K}_j(k) = \mathbf{h}_j^\top(k) \xi_j^*(k) \quad (22)$$

上述避障过程可用图 2 表示



165

图 2 无人机避障平面示意图

Figure. 2 Supporting hyperplane for UAV obstacle avoidance

为保证预测位置始终位于障碍物外侧并留有安全裕度, 要求对所有预测步成立:

$$\mathbf{h}_j^\top(k) \hat{\mathbf{p}}(k+i) \geq \mathcal{K}_j(k) + d_{safe}, i = 0, 1, \dots, N \quad (23)$$

170

其中 $\hat{\mathbf{p}}(k+i)$ 表示在时刻 k 由预测模型得到的无人机在未来时刻 $k+i$ 的位置。该约束保证预测位置始终位于障碍物外扩安全区域之外。

将所有障碍物约束合并，可得输出约束集合：

$$\mathcal{Y}(k) = \{\mathbf{y} \in \mathbb{R}^6 \mid \mathbf{A}_y(k)\mathbf{y} \leq \mathbf{b}_y(k)\} \quad (24)$$

3 命令调控器优化问题

CG 与 MPC 不同，CG 只优化当前参考指令，可以假设无人机的 CG 输出 $\mathbf{v}(k)$ 在预测窗口内保持恒定，即 $\mathbf{v}(k+i) = \mathbf{v}(k), i=0,1,\dots,N-1$ ，由(16)可得第 i 步预测输出：

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}(k+i) &= \mathbf{A}^i \mathbf{x}(k) + \sum_{t=0}^{i-1} \mathbf{A}^t \mathbf{B} \mathbf{v}(k) \\ \hat{\mathbf{y}}(k+i) &= \mathbf{C} \mathbf{A}^i \mathbf{x}(k) \end{aligned} \quad (25)$$

定义最大输出允许集合为

$$O_\infty = \{(\mathbf{x}, \mathbf{v}) \mid \hat{\mathbf{y}}(k+i) \in \mathcal{Y}(k), \forall i \geq 0\} \quad (26)$$

若 $(\mathbf{x}(k), \mathbf{v}) \in O_\infty$ ，则系统在恒定参考 \mathbf{v} 下未来全时刻满足位置与速度约束。由于 O_∞ 含无穷多个约束，工程实现采用有限步近似：

$$O_N = \{(\mathbf{x}, \mathbf{v}) \mid \hat{\mathbf{y}}(k+i) \in \mathcal{Y}(k), i=0,1,\dots,N\} \quad (27)$$

将(25)代入并堆叠不等式，可得线性约束形式

将所有约束统一写为：

$$\mathbf{A}_x(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{A}_v(k)\mathbf{v} \leq \mathbf{b}(k) \quad (28)$$

命令调控器求解如下优化问题：

$$\mathbf{v}(k) = \arg \min_{\mathbf{v}} \|\mathbf{v} - \mathbf{r}(k)\|_{\mathbf{W}}^2, s.t. (\mathbf{x}(k), \mathbf{v}) \in O_N^e \quad (29)$$

其中 $\mathbf{W} = \text{diag}(w_x, w_y, w_z) > 0$ 为权重矩阵，用于度量修正参考 $\mathbf{v}(k)$ 与原始参考 $\mathbf{r}(k)$ 之间的偏差，并反映不同空间方向上的相对跟踪优先级。考虑到复杂环境下收缩可行集合可能为空，引入松弛变量 ϵ ：

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{v}, \epsilon} & \|\mathbf{v} - \mathbf{r}(k)\|_{\mathbf{W}}^2 + \rho \|\epsilon\|_2^2, \\ s.t. & \mathbf{A}_x(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{A}_v(k)\mathbf{v} \leq \mathbf{b}(k) - \Delta + \epsilon, \quad \epsilon > 0 \end{aligned} \quad (30)$$

该问题为二次规划问题，在最大可行集合(Maximum Output Admissible Set, MOAS)支持下递归可行性可由治理器类方法的可行域不变性和终端集合性质得到保证，本文采用的约束构造满足凸约束与在线 QP 求解条件。

4 等边三角编队保持控制策略

定义无人机 1 为 Leader，无人机 2 与 3 为 Followers。三机期望构成边长为 $d_f > 0$ 的正三角形，以 leader 为参考点，其期望相对偏置为：

$$\Delta_{21} = \begin{bmatrix} -\frac{d_f}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2}d_f \\ 0 \end{bmatrix}, \Delta_{31} = \begin{bmatrix} -\frac{d_f}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2}d_f \\ 0 \end{bmatrix} \quad (31)$$

三架无人机位置如图 3 所示:

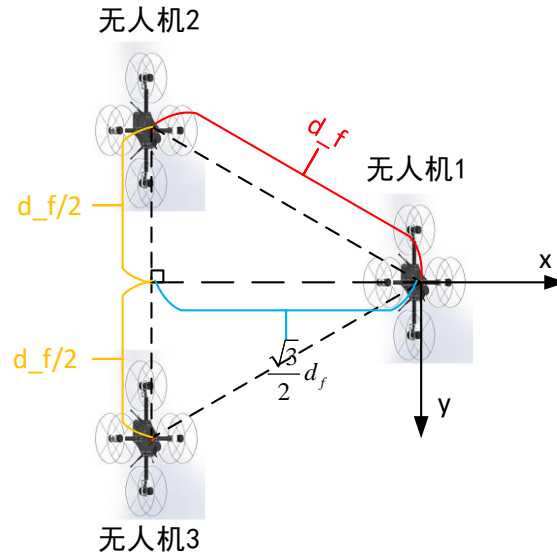


图 3 无人机编队位置示意图

Figure. 3 Schematic diagram of the UAV formation configuration

200

定义队形误差:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_{21} &= \mathbf{p}_2(k) - \mathbf{p}_1(k) - \Delta_{21} \\ \mathbf{e}_{31} &= \mathbf{p}_3(k) - \mathbf{p}_1(k) - \Delta_{31} \end{aligned} \quad (32)$$

205

队形误差动态表达式为:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_{21}(k+1) &= \mathbf{A}\mathbf{e}_{21}(k) + \mathbf{B}(\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1) \\ \mathbf{e}_{31}(k+1) &= \mathbf{A}\mathbf{e}_{31}(k) + \mathbf{B}(\mathbf{v}_3 - \mathbf{v}_1) \end{aligned} \quad (33)$$

编队保持目标为

$$\begin{aligned} \lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{e}_{21}(k) &= \mathbf{0} \\ \lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{e}_{31}(k) &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (34)$$

无人机 1 作为 leader 主要负责全局路径跟踪和障碍物规避, 其优化问题为:

210

$$\mathbf{v}_1(k) = \arg \min_{\mathbf{v}_1} \|\mathbf{v}_1 - \mathbf{r}_1(k)\|_{W_1}^2 \quad (35)$$

follower 需要同时满足任务跟踪、队形保持、避障和机间安全距离。我们定义 follower 的优化目标:

$$J_i = \|\mathbf{v}_i - \mathbf{r}_i\|_{W_i}^2 + \beta_i \left\| (\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_1) - \Delta_{ii} \right\|^2, i = 2, 3 \quad (36)$$

215

其中第一项是为了保持接近名义参考, 第二项是保持相对 leader 的几何偏置, $\beta_i > 0$ 为队形权重, 局部优化问题为

$$\mathbf{v}_i(k) = \arg \min_{\mathbf{v}_i} \mathbf{J}_i \quad (37)$$

为避免编队内部碰撞, 定义最小安全距离 d_{\min} , 则有

$$\|\mathbf{p}_i(k) - \mathbf{p}_j(k)\| \geq d_{\min} \quad (38)$$

220

实现中为避免奇异与非凸影响, 使用 $\|\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j\| \leftarrow \max(\|\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j\|, \delta)$ 进行截断, 其中 $\delta > 0$ 为数值保护项。为保持问题可解性, 将机间排斥项加入代价函数:

$$U_{ij} = \frac{1}{2} \eta \left(\frac{1}{\|\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j\|} - \frac{1}{d_{\min}} \right)^2 \quad (39)$$

其中 η 是机间排斥势场的强度系数。

最终 follower 优化目标为:

$$\mathbf{J}_i = \|\mathbf{v}_i - \mathbf{r}_i\|_{\mathbf{w}_i}^2 + \beta_i \|(\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_1) - \Delta_{ii}\|^2 + \sum_{j \in N_i} U_{ij}, i=1,2 \quad (40)$$

225 其中 N_i 为前文中提到的邻居集合。

5 仿真结果

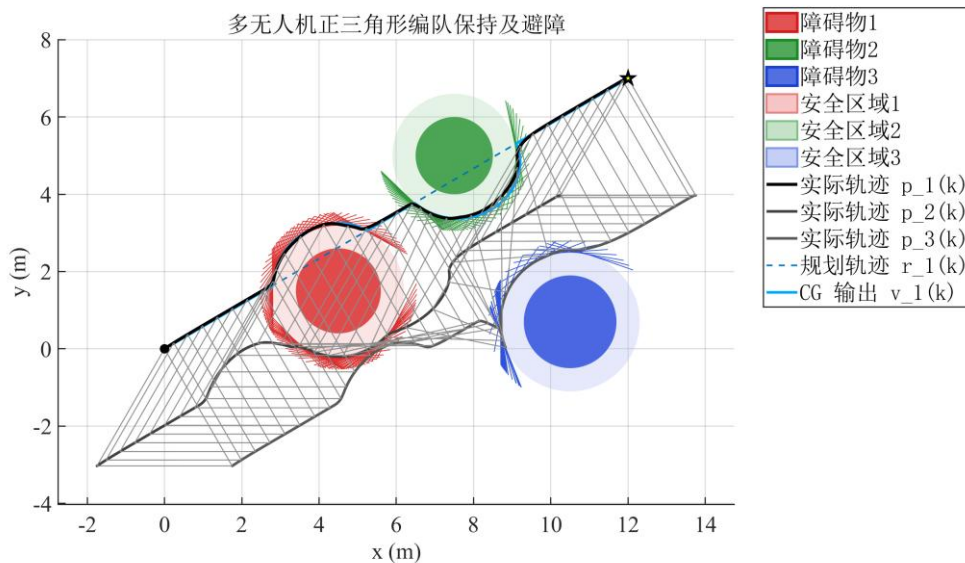


图 4 无人机编队避障轨迹图

Fig. 4 Obstacle avoidance trajectories of the multi-UAV formation

230 由图 4 可见, 三架无人机在多障碍环境中完成了从起点到终点的编队飞行任务。红、绿、
 蓝三类圆形区域分别表示障碍物及其外扩安全区域。可以观察到 Leader (UAV1) 轨迹变化
 明显, 当接近障碍物 1 与障碍物 2 时, 实际轨迹 $\mathbf{p}_1(k)$ 明显偏离规划轨迹 $\mathbf{r}_1(k)$, 此时命令
 调控器被激活, 对参考信号进行平滑修正, 生成可行参考轨迹 $\mathbf{v}_1(k)$ 。在闭环控制器作用下,
 235 实际轨迹 $\mathbf{p}_1(k)$ 平滑跟踪 $\mathbf{v}_1(k)$, 避免了轨迹突变并保持系统动态连续性。三架无人机轨迹
 始终位于外扩安全区域之外, 表明支撑超平面构造的安全约束有效, Followers 轨迹随 Leader
 发生协调变形, 形成编队整体绕障的运动模式。总体来看, 轨迹层面验证了 CG 在约束激活
 时才进行修正, 避障过程无振荡, 编队结构未发生破坏性塌陷。

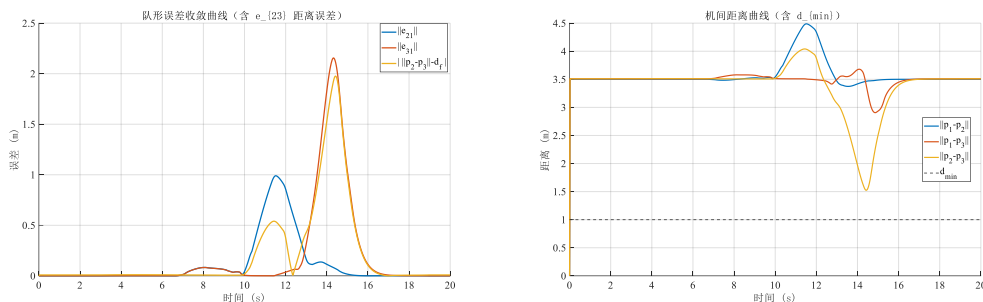


图 5 队形误差收敛曲线及机间距离曲线

Figure. 5 Convergence of formation errors and inter-UAV distances

240 为了进一步分析编队保持效果与安全约束情况,图 5 给出了队形误差以及无人机之间相对距离的动态变化。其中,图 5 左图展示了编队误差范数以及距离偏差的时间演化;图 3 右图给出了三架无人机两两之间的实际距离,并与最小安全距离进行对比。

245 从图 5 左图可以观察到,在 0-8s 时间段内,三架无人机处于自由飞行阶段,此时编队尚未受到障碍物约束影响,各无人机按照初始编队结构稳定前进,因此队形误差 $\|e_{21}\|$ 和 $\|e_{31}\|$ 基本保持在零附近波动。对应图 4 中的轨迹,此阶段编队整体沿规划方向平稳移动,各无人机之间的相对位置关系保持稳定。

250 当 8-12s 左右编队逐渐接近障碍物 1 与障碍物 2 时,Leader (UAV1) 的轨迹开始受到环境约束影响。此时命令调控器 (CG) 被激活,对参考信号进行在线调整,使得可行参考轨迹 $g_1(k)$ 在障碍物附近发生平滑偏移。由于 Followers 需要根据 Leader 的位置保持期望编队结构,其轨迹随 Leader 产生协调变化,从而导致队形误差出现一定程度的增大。从图 5 左图可以看到 $\|e_{21}\|$ 和 $\|e_{31}\|$ 在该阶段出现明显波动,但仍保持有界,这表明编队结构在避障过程中产生了暂时性的形变。

255 当 12-15s 左右编队绕过障碍物区域时,Leader 的轨迹偏移达到最大,Followers 为了维持与 Leader 之间的期望相对位置,需要进行更明显的机动调整,因此队形误差在该阶段达到峰值。与此同时,从图 4 可以观察到无人机之间的相对距离也出现一定波动,其中 $\|p_2 - p_3\|$ 在约 14s 附近出现明显下降,这是由于两架 Followers 在绕行障碍物过程中需要同时调整位置以避开障碍物外扩安全区域,从而导致短时间内相互距离减小。

260 当 15s 之后编队完全离开障碍物影响区域时,命令调控器约束逐渐失活,参考轨迹重新回到规划路径附近。此时各无人机逐步恢复到期望编队结构,队形误差迅速衰减至零附近。同时,从图 4 可以看到无人机之间的距离逐渐回到稳定值,并始终保持在最小安全距离 d_{min} 之上,说明编队在整個避障过程中未发生碰撞风险。

265 综合图 4 与图 5 可以看出,命令调控器在接近障碍物时能够及时对参考信号进行平滑修正,使 Leader 轨迹在满足安全约束的同时保持连续性。Followers 通过 Leader-Follower 机制实现协同调整,虽然编队在避障阶段产生一定程度的暂时性形变,但整体结构能够在离开障碍物后迅速恢复,验证了所提出方法在多无人机编队保持与安全避障方面的有效性。

270 为进一步验证所提出的基于 HCG 的多无人机编队避障方法的有效性与优越性,本文选取 IAAPF (Improved Adaptive Artificial Potential Field) 方法^[5]作为对比算法。该方法通过人工势场构建吸引力与斥力函数生成避障方向,是当前多无人机避障与编队控制研究中具有代表性的势场类方法之一。

然而,传统势场类方法在复杂障碍环境下往往存在轨迹偏移较大、编队形变明显以及轨

迹变化剧烈等问题，而本文提出的 HCG 方法通过在参考信号层引入命令调控机制，并利用支撑超平面构造安全可行域，实现对参考轨迹的在线约束修正，从而能够在保证安全约束满足的前提下维持编队结构稳定。

275

因此，在相同环境条件、相同编队结构以及相同动力学模型条件下，将本文方法与 IAAPF 方法进行对比，可以从编队保持性能、机间安全距离以及避障轨迹特性等多个方面对所提方法的性能进行全面评估，从而进一步验证所提方法在复杂障碍环境下执行多无人机编队避障任务时的优势。

表 1 飞行过程中两种控制方法参数对比表

280

Table. 1 Comparison of flight performance metrics of the two control methods

指标	$\ e_{21}\ $ 均方根值	$\ e_{31}\ $ 均方根值	任意两机间最小距离	$\ p_1 - p_2\ $ 最小值	$\ p_1 - p_3\ $ 最小值	$\ p_2 - p_3\ $ 最小值
本文方法	0.25845	0.49201	1.524	3.3739	2.9061	1.524
对比方法	0.74004	1.9175	2.0186	3.4977	3.0575	2.0186

表 1 给出了两种方法在编队误差与机间距离方面的统计结果。可以看到，本文方法在编队误差指标上明显优于对比方法，队形误差均方根值均小于对比方法，说明在整个飞行过程中，本文方法能够更好地维持无人机之间的期望相对位置关系，编队结构更加稳定。在机间安全距离方面，虽然 IAAPF 方法的最小机间距离略大，但是由于其避障过程中编队发生较大程度的拉伸所导致。相比之下，本文方法在保证最小安全距离约束满足的前提下，使机间距离变化更加平稳，从而在安全性与编队稳定性之间实现了更好的平衡。

285

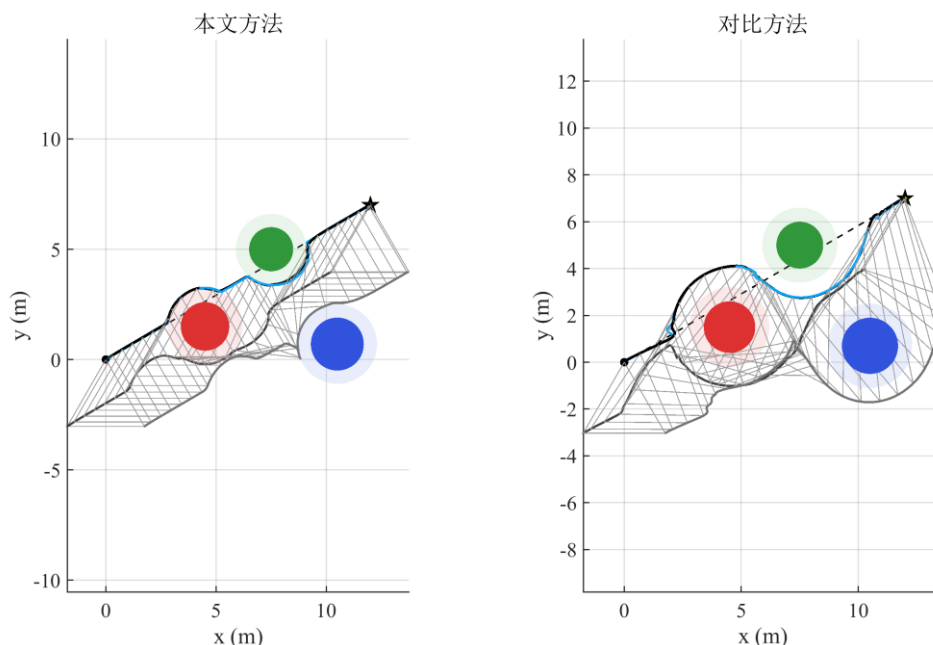


图 6 多无人机编队避障轨迹对比图

290

Figure. 6 Trajectory comparison of multi-UAV formation obstacle avoidance

由图 6 可以观察到，两种方法均能够完成从起点到目标点的多无人机编队飞行任务，但在避障轨迹形态和编队保持能力方面存在明显差异。

对于本文方法，在接近障碍物区域时，命令调控器通过支撑超平面约束对参考信号进行

295

在线修正,使得 leader 的轨迹在接近障碍物时产生平滑偏移,并沿着障碍物边界绕行。与此同时, followers 在 leader 的引导下保持稳定的三角编队结构,仅在局部区域产生有限的编队形变,因此整体轨迹呈现出平滑、紧凑且与规划路径接近的特点。

300

相比之下,对比方法 IAAPF 由于采用人工势场生成避障方向,在接近障碍物时更倾向于通过增加斥力来远离障碍物,因此其轨迹在障碍物附近产生了较大的偏移。followers 在避障过程中受到势场影响而产生明显的编队拉伸现象,导致整体编队形状发生较大的变化。可以观察到,对比方法在第二和第三个障碍物附近的轨迹弯曲程度更大,编队结构的稳定性明显低于本文方法。

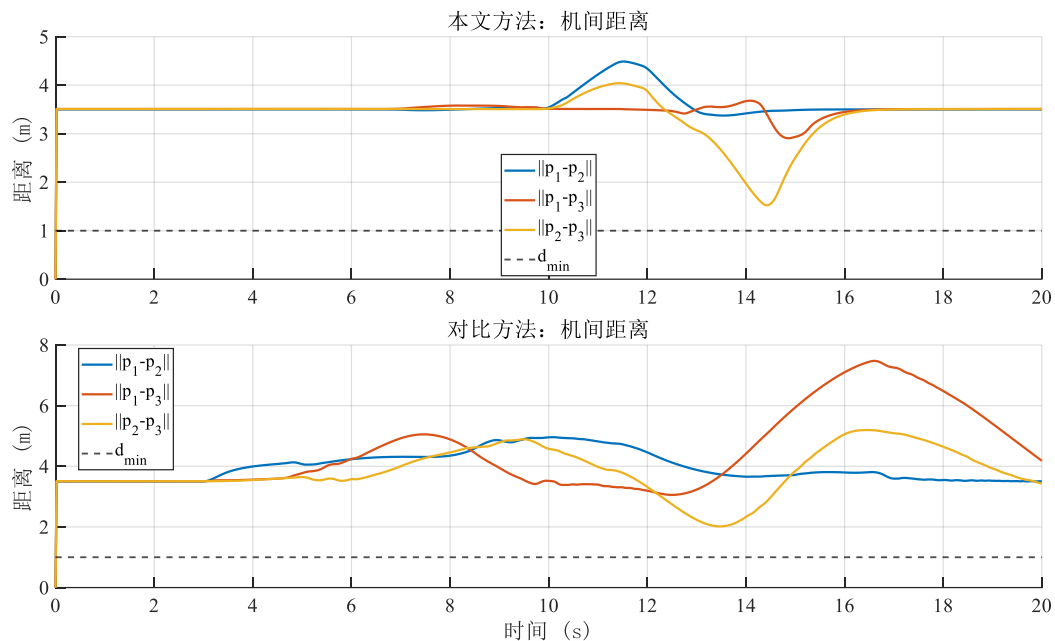


图7 不同方法下机间距离变化对比

Figure. 7 Comparison of inter-UAV distance variations under different methods

305

从图7的机间距离变化曲线可以进一步分析两种方法在编队保持方面的差异。对于本文方法,在整个飞行过程中三架无人机之间的距离始终保持在安全距离以上,同时距离变化范围较小,仅在绕障阶段出现有限的编队调整。这表明所提出的命令调控机制能够在避障过程中有效协调安全约束与编队保持约束,从而保证编队结构的稳定性。

310

而在 IAAPF 方法中,由于势场斥力的作用,在接近障碍物时无人机之间的距离明显增大。例如在约 15s 附近, $\|p_1 - p_3\|$ 和 $\|p_2 - p_3\|$ 出现明显峰值,说明编队结构在避障阶段发生了较大幅度的拉伸。这种现象表明势场方法虽然能够实现避障,但难以同时保持编队结构的稳定。

315

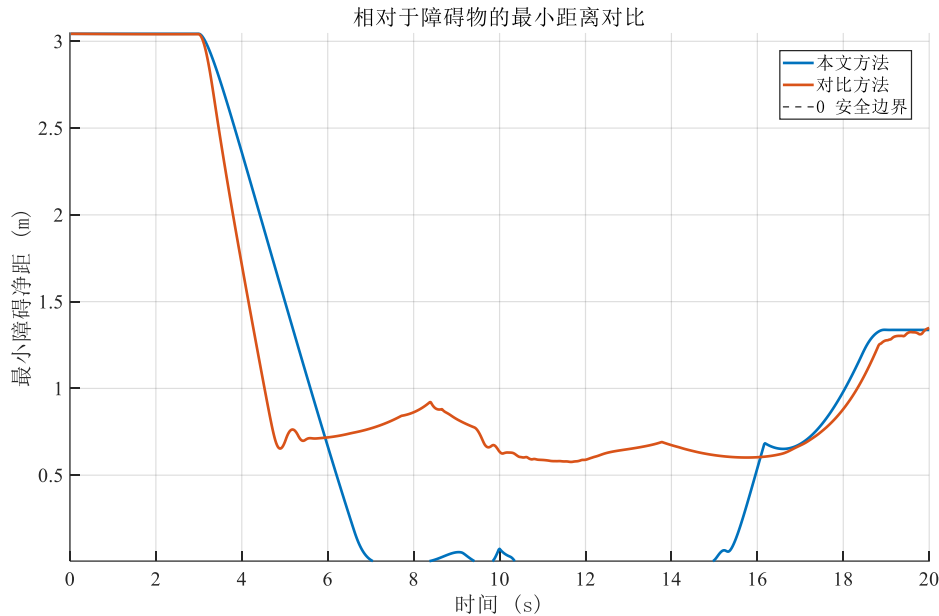
从图8的最小障碍距离曲线可以看出,两种方法均能够保证无人机始终处于障碍物安全边界之外,即满足避障安全约束。然而,两种方法在障碍物附近的轨迹行为存在明显差异。

IAAPF 方法在接近障碍物时保持了较大的安全距离,其最小距离约为 0.576m,说明该方法在避障时具有较强的保守性,会主动远离障碍物。相比之下,本文方法的最小距离接近于零,表明无人机轨迹紧贴安全边界进行绕行。这是由于本文方法通过支撑超平面直接构建安全约束,使无人机轨迹能够在保证安全的前提下充分利用可行空间,从而提高环境空间利用率。

320

综合轨迹对比图、机间距离曲线以及性能指标统计结果可以看出,本文方法能够在复杂

障碍环境下实现稳定的多无人机编队避障，且编队误差明显小于 IAAPF，轨迹更加平滑且更接近规划路径，在保证避障安全的同时提高了空间利用率。因此，本文提出的基于命令调控器的多无人机编队避障方法在编队保持能力、轨迹平滑性以及避障效率方面均表现出更优的综合性能。



325

图 8 飞行过程中最小障碍物安全裕度变化

Figure. 8 Minimum obstacle clearance margin during flight

6 结论

330

本文针对多无人机在复杂障碍环境下执行编队飞行任务时面临的避障安全与编队保持问题，提出了一种面向等边三角编队的混合命令调控器方法。在保持原有闭环飞行控制器结构不变的前提下，通过在外层引入命令调控机制，实现对障碍物约束与机间安全约束的统一管理。

335

在避障建模方面，本文基于支撑超平面方法构建障碍物外扩安全约束，并将其嵌入命令调控器预测优化框架，使无人机在接近障碍物时能够对参考信号进行在线修正，从而保证预测轨迹始终位于安全区域之外。在编队保持方面，采用 Leader-Follower 分布式架构，通过相对偏移约束实现等边三角编队结构保持，同时引入机间最小安全距离约束及软排斥势函数机制，以避免编队内部碰撞风险。

340

仿真结果表明，在多障碍环境下三架无人机能够完成从起点到终点的协同编队飞行任务。系统在无约束阶段能够稳定保持等边三角编队结构；当避障约束激活时，编队几何结构允许产生有限的暂时性变形，但误差能够快速收敛并恢复至期望编队形态；各无人机之间的实际距离始终满足最小安全距离约束。与此同时，命令调控器仅在约束激活时对参考信号进行必要修正，从而最大程度保持了原闭环控制系统的动态性能与轨迹平滑性。

345

进一步通过与 IAAPF 方法进行对比仿真分析可以发现，本文方法在编队保持性能与轨迹平滑性方面具有明显优势。对比结果表明，本文方法在编队误差指标上显著优于对比方法，能够在避障过程中更好地维持编队几何结构的稳定性。同时，本文方法在避障过程中能够更充分地利用可行空间，使无人机轨迹更接近规划路径，从而获得更短的飞行路径。虽然 IAAPF 方法在障碍物附近保持了更大的安全距离，但其避障过程表现出更明显的编队拉伸现象，并

导致整体轨迹偏移和编队形变增加。相比之下,本文方法依托支撑超平面构造的显式安全约束,使无人机能够在满足安全约束的前提下贴近安全边界进行绕行,从而在安全性与空间利用效率之间取得更好的平衡。

需要指出的是,本文主要针对静态障碍环境进行了验证,尚未考虑动态障碍物及通信延迟等因素对分布式架构的影响。此外,当前方法基于理想模型预测框架,尚未系统分析模型不确定性与外部扰动对可行域收缩的影响。

总体而言,本文提出的混合命令调控器方法能够在保证飞行安全的前提下,实现多无人机等边三角编队的稳定保持与协同避障,并在编队保持能力、轨迹平滑性及路径效率等方面表现出优于传统势场类方法的综合性能,为多无人机编队飞行中的约束管理问题提供了一种结构清晰且具有工程实现潜力的解决方案。

[参考文献] (References)

- [1] 孙海迪,戴荔,王沛展,等.具有排除约束的鲁棒模型预测轨迹跟踪控制[J].系统工程与电子技术,2025,47(03):951-960.
- [2] Trakas P S , Tantoulas A , Bechlioulis C P .A Reference Governor with Adaptive Performance for Quadrotors under Safety Constraints[J].Machines, 2023, 11(11):18.
- [3] Kolmanovsky I , Garone E , Cairano S D .Reference and command governors: A tutorial on their theory and automotive applications[J].IEEE, 2014.
- [4] Zhang Z, Liu X, Feng B. Research on obstacle avoidance path planning of UAV in complex environments based on improved Bézier curve[J].Scientific Reports, 2023, 13(1):16453.
- [5] Zhang P , Wang Z , Zhu Z ,et al.Enhanced Multi-UAV Formation Control and Obstacle Avoidance Using IAAPF-SMC[J].Drones (2504-446X), 2024, 8(9).
- [6] Ames A D , Coogan S , Egerstedt M ,et al.Control Barrier Functions: Theory and Applications[J].IEEE, 2019.
- [7] Ren W , Beard R W .Distributed Consensus in Multi-vehicle Cooperative Control[M].Springer London,2008.
- [8] Olfati-Saber R .Flocking for multi-agent dynamic systems: Algorithms and theory[J].IEEE Transactions on Automatic Control, 2006, 51(3):401-420.
- [9] McLain T W, Beard R W. Coordination variables, coordination functions, and cooperative timing missions[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2005, 28(1): 150-161.
- [10] Zheng E H , Xiong J J , Luo J L .Second order sliding mode control for a quadrotor UAV.[J].Isa Transactions, 2014, 53(4):1350-1356.
- [11] Boyd S , Vandenberghe L .Convex Optimization[M].世界图书出版公司,2004.