

基于 Verilog-A 的雪崩光电探测器等效电路模型

宋宏, 胡安琪

(北京邮电大学电子工程学院, 北京 100876)

摘要: 单光子雪崩二极管 (SPAD) 因其高增益和单光子探测能力, 是微弱光信号探测领域的关键器件。本文提出了一种基于 Verilog-A 语言的改进型 SPAD 等效电路仿真模型, 旨在解决现有三开关模型缺乏非理想效应描述、而纯物理模型不够直观且复杂的缺陷。该模型创新性地

10 将描述暗计数 (DCR) 和后脉冲 (AP) 的 Verilog-A 模块嵌入到经典的三开关拓扑中, 使其兼具物理机制的准确性与电路仿真的直观性。模型全面考虑了影响暗计数的热载流子产生与带带隧穿机制。模型引入了宽度可调的数字脉冲模块以确保开关触发的稳定性。基于 4H-SiC 材料参数的 Cadence Spectre 仿真结果表明, 该模型能够准确复现 SPAD 在被动淬灭电路中的动态响应及随机噪声特性, 验证了模型的有效性。

关键词: 雪崩光电二极管、等效电路模型、Verilog-A、暗计数、后脉冲

中图分类号: TN364+.2

Equivalent Circuit Model of an Avalanche Photodiode Based on Verilog-A

SONG Hong, HU Anqi

(School of Electronic Engineering, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876)

Abstract: Single-photon avalanche diodes (SPADs), featuring high gain and single-photon sensitivity, are key devices for weak optical signal detection. This paper proposes an improved SPAD equivalent-circuit simulation model based on Verilog-A, aiming to address the limitations of existing three-switch models in capturing non-ideal effects, as well as the lack of intuitiveness and the complexity of purely physics-based models. The proposed model innovatively embeds Verilog-A modules that describe dark count rate (DCR) and afterpulsing (AP) into the classical three-switch topology, achieving both physical-mechanism accuracy and circuit-level simulation intuitiveness. The model comprehensively accounts for the thermal carrier generation and band-to-band tunneling mechanisms that contribute to dark counts. A digital pulse module with adjustable width is incorporated to ensure robust and stable switch triggering. Cadence Spectre simulation results based on 4H-SiC material parameters demonstrate that the proposed model can accurately reproduce the dynamic response and stochastic noise characteristics of SPADs in a passive-quenching circuit, thereby validating the effectiveness of the model.

Keywords: Avalanche photodiode; Equivalent circuit model; Verilog-A; Dark count rate; Afterpulsing

0 引言

40 雪崩光电二极管 (Avalanche Photodiode, APD) 作为一种具有内部光电增益的高速、高灵敏度光电探测器, 在光纤通信、激光测距 (LiDAR) 及微弱光信号检测等领域发挥着关键作用。作为 APD 的一种特殊工作模式, 单光子雪崩二极管 (SPAD) 因其偏置电压高于击穿电压 (即盖革模式), 具备了单光子级的探测能力、极低的死时间以及在宽光谱区间的高灵

作者简介: 宋宏(1999-), 男, 主要研究方向: 电路与系统, E-mail: 202311038499@bupt.edu.cn

通信联系人: 胡安琪 (1990-), 女, 副教授, 硕导, 半导体光电子器件. E-mail: anqihu@bupt.edu.cn

45 敏度。这些特性使其成为生物医学领域极具吸引力的固态探测技术，广泛应用于荧光寿命成像^[1]、^[2]、拉曼光谱^[3]以及飞行时间正电子发射断层扫描（ToF-PET）成像^[4]。在实际应用中，SPAD 通常需配合前端淬灭/复位电路使用^[5]，以在雪崩发生后迅速抑制电流并恢复偏置，从而实现连续的光子计数。

随着光电探测系统的集成化发展，SPAD 常与复杂的读出电子元件集成在同一硅基板上^{[6][7][8]}。为了优化系统性能，建立一个能准确预测 SPAD 静态、动态及统计行为的电路仿真模型显得尤为重要。特别是在低温工作环境下，虽然热噪声被抑制，但带带隧穿噪声和后脉冲冲效应往往占据主导地位，这对模型的物理机制描述能力提出了更高要求。

回顾 SPAD 建模的发展历程，早期的等效电路模型主要由分立元件构成。Mora 等人于 2008 年提出了经典的三开关模型^[9]，通过模拟入射光子触发、雪崩自持及防误触发过程，解决了光子寿命远短于雪崩持续时间的问题。然而，该模型忽略了暗计数和后脉冲等关键非理想效应。2009 年，Zappa 等人^[9]在三开关模型基础上引入了后脉冲控制支路，但未考虑暗计数的影响，且其基于电压源和电阻的描述方式缺乏对器件深层物理机制的反映。

为了弥补纯电路模型的不足，基于 Verilog-A 硬件描述语言的物理模型应运而生。Giustolisi 等人（2012 年）^[10]和 Deen 等人（2016 年）^[11]利用 Verilog-A 详细描述了包括载流子热产生和带带隧穿在内的暗计数机制以及后脉冲效应。尽管这些模型在物理机理上更为完善，但在实际应用中仍存在局限性：一方面，Giustolisi 模型采用电流积分法、Deen 模型采用概率计算法来判定后脉冲，逻辑较为复杂且容易产生误触发；另一方面，纯 Verilog-A 代码构建的模型缺乏直观性，不便于电路设计人员快速集成与调试。

针对上述问题，本文提出了一种基于 Verilog-A 改进的 SPAD 等效电路模型。该模型保留了三开关模型直观、简洁的拓扑结构，同时将描述非理想效应物理机制的 Verilog-A 模块嵌入其中。模型引入了宽度可调的数字脉冲模块，确保了仿真过程中开关信号的有效识别。该模型旨在兼顾物理机制的精确性与电路仿真的便捷性，为高性能 SPAD 前端电路的设计提供有力的仿真工具。

1 SPAD 等效电路模型与物理机制实现

SPAD 等效电路模型如图 1 所示。该模型采用混合建模方法，将经典的开关电路拓扑与基于 Verilog-A 描述的物理机制模块相结合。电路核心包含三个关键开关： S_1 、 S_{TRIGGER} 和 S_{SELF} 。其中， S_1 用于模拟器件的击穿特性，当器件两端电压低于击穿电压 V_{br} 时， S_1 断开，器件处于截止状态，不响应光子且不存在非理想效应； S_{TRIGGER} 为触发开关，可由入射光子、暗计数（Dark Count Rate, DCR）或后脉冲（Afterpulsing, AP）信号控制闭合，其控制逻辑基于电压叠加原理实现； S_{SELF} 用于模拟雪崩电流的自持效应，仅当支路电流降至维持电流阈值（本文设定为 $100 \mu\text{A}$ ）以下时，该开关才会断开，标志着雪崩过程的结束。

模型参数 V_{br} 、 R_d 以及电容 C_{AC} 、 C_{AS} 、 C_{CS} 均源自器件的实测数据。其中 R_d 代表二极管串联电阻， C_{AC} 为结电容， C_{AS} 和 C_{CS} 分别对应阳极与阴极的寄生电容。模型设有“Photon”

(光子入射)、“Cathode”(阴极)、“Anode”(阳极)及“Sub”(衬底/地)四个端口，便于与外部淬灭恢复电路进行级联仿真。

80 为了精确表征 SPAD 的非理想特性，模型嵌入了基于 Verilog-A 语言编写的暗计数 (DCR) 与后脉冲 (AP) 模块。考虑到阳极和阴极电压直接调制非理想效应的产生机理，这两个节点的电压信号被引入 Verilog-A 模块作为输入变量。电路中电阻 R_1 - R_4 阻值均设定为 $1\text{ k}\Omega$ ，用于对光子信号、暗计数脉冲及后脉冲信号进行分压，通过电压幅值逻辑控制 S_{TRIGGER} 的闭合。值得注意的是，该拓扑结构允许在无光照条件下，仅由暗计数支路独立触

85 发雪崩事件，从而准确复现器件的暗噪声特性。

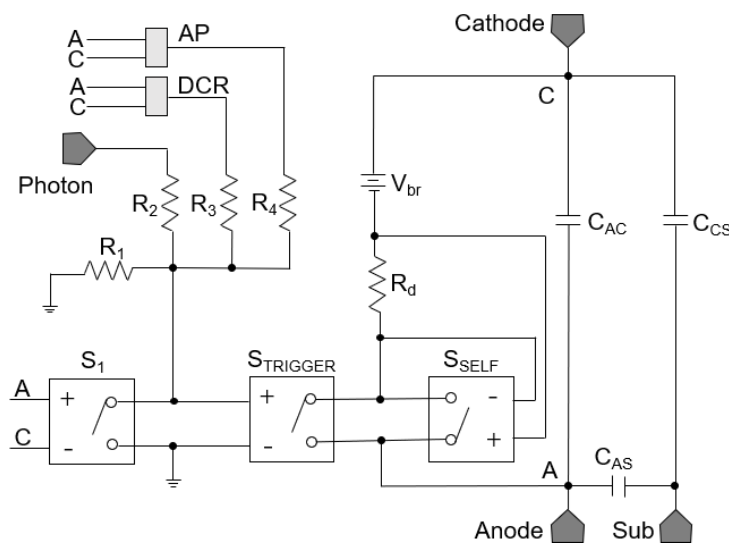


图 1 SPAD 等效电路模型

2 暗计数机制与建模

90 暗计数是指在没有光信号入射的情况下，由于热激发或其他非光子相关机制导致的雪崩放电事件的数量^[12]。这些事件在输出上表现为与真实光子探测事件无法区分的信号，它决定了探测器的噪声水平和最低可探测信号的强度。SPAD 的暗计数率 (DCR) 由载流子产生率 (Carrier Generation Rate, CGR) 与雪崩触发概率 (Triggering Probability, P_{tr}) 共同决定，即 $\text{DCR} = \text{CGR} * P_{\text{tr}}$ 。

2.1 雪崩触发概率

95 反向偏压下的载流子并不一定能引发宏观雪崩。触发概率 P_{tr} 呈现出对过偏压 V_E 的强依赖性。当 $V_E < 0$ 时， $P_{\text{tr}} = 0$ ；当 $V_E > 0$ 时， P_{tr} 可表示为：

$$P_{\text{tr}} = 1 - \exp\left(-\frac{V_E}{\eta V_{\text{br}}}\right) \quad (1)$$

式中， η 为与器件工艺相关的经验参数。

2.2 载流子产生机制

100 载流子产生率 CGR 定义为单位时间内耗尽层中在热激发或强电场辅助下产生的电子-

空穴对数量。本模型综合考虑了导致暗计数的两种主要物理机制：肖克利-拉德-霍尔（SRH）热产生与带带隧穿（BTBT）^[13]，即 $CGR = CGR_{THER} + CGR_{BTBT}$ 。

2.2.1 耗尽区热载流子产生

对耗尽区内热载流子产生率根据Shockley–Hall–Read(SRH)理论，可以得到：

$$CGR_{THER} = \frac{(n_i^2 - pn) A_a L_D}{\tau_N \left(p + n_i e^{-\frac{E_t - E_i}{k_B T}} \right) + \tau_P \left(n + n_i e^{-\frac{E_i - E_t}{k_B T}} \right)} \quad (2)$$

本征载流子浓度：

$$n_i = 4.82 \times 10^{15} \left(\frac{m_p^* m_n^*}{m_0^2} \right)^{\frac{3}{4}} T^{\frac{3}{2}} \exp \left(-\frac{E_g}{2k_B T} \right) \quad (3)$$

其中， A_a 是器件有源区面积， L_D 是耗尽层厚度， k_B 是玻尔兹曼常数， m^* 是有效质量， m_0 是自由电子质量， E_g 是材料的禁带宽度。假设耗尽层内， $n \ll n_i$ ， $p \ll n_i$ ，可以得到

$$CGR_{THER} = \frac{n_i A_a L_D}{\tau_N e^{-\frac{E_t - E_i}{k_B T}} + \tau_P e^{-\frac{E_i - E_t}{k_B T}}} \quad (4)$$

$$\tau_e = \tau_N e^{-\frac{E_t - E_i}{k_B T}} \quad (5)$$

$$\tau_h = \tau_P e^{-\frac{E_i - E_t}{k_B T}} \quad (6)$$

τ_e 、 τ_h 分别是电子和空穴寿命，求解方式如下：

$$\tau_i = \frac{1}{N_T V_{TH} \sigma_i} \quad (7)$$

N_T 是产生/复合中心密度， V_{TH} 是载流子热速度， σ_i 是载流子俘获截面面积。 V_{TH} 求解方式如下：

$$V_{TH} = \left(\frac{3k_B T}{m^*} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (8)$$

2.2.2 带带隧穿机制

当器件中的电场强度足够大时，电子会获得很大的能量，足以让电子在能带弯曲处从价带跃迁到导带，产生电子-空穴对。带带隧穿载流子产生率求解方式如下：

$$CGR_{BTBT} = \frac{\sqrt{2m^*} q^2 E V_T}{h^2 \sqrt{E_g}} e^{-\frac{8\pi\sqrt{2m^*} E_g^{\frac{3}{2}}}{3qEh}} A_a \quad (9)$$

其中, m^* 是电子有效质量, h 是普朗克常数, E 是电场强度, E_g 是禁带宽度, q 是电子电量。

125 CGR 指的是单位时间内的载流子个数, 实际上载流子产生率呈现泊松分布, CGR 是均值。两个载流子产生的时间差以 t_c 为期望值两侧呈指数衰减, $t_{c-ther}=1/CGR_THER$, $t_{c-btbt}=1/CGR_BTBT$ 。

2.2.3 随机过程与脉冲整形

在 Verilog-A 实现中, 载流子的产生服从泊松分布, 其时间间隔 Δt 服从指数分布。通过蒙特卡洛方法生成随机数, 结合计算出的平均时间常数 $t_{c-ther} = 1/CGR_THER$ 和 $t_{c-btbt} = 1/CGR_BTBT$, 确定暗计数事件的发生时刻。

130 由于物理模型生成的暗计数信号仅为极窄的瞬态高压, 可能导致仿真器中的开关 $S_{TRIGGER}$ 无法被可靠识别 (漏触发)。为此, 本模型在 DCR 模块后级联了一个脉冲整形模块 (DC_Pulse)。该模块利用 Verilog-A 中的 cross 和 timer 函数, 将瞬态触发信号展宽为宽度可调 (如 200 ps) 的数字电压脉冲 (1.2 V), 确保了电路仿真的收敛性与准确性。

3 后脉冲效应建模

135 后脉冲效应源于雪崩过程中被深能级缺陷捕获的载流子在延时释放后引发的二次雪崩。载流子在陷阱中的平均寿命 τ_{trap} 遵循 Arrhenius 关系:

$$\tau_{trap} = \tau_0 e^{\frac{E_a}{k_B T}} \quad (10)$$

其中 E_a 为缺陷活化能, τ_0 为指数前因子。

140 与现有模型通常采用复杂的积分法或概率统计法不同, 本文提出了一种基于瞬态电流幅值的后脉冲判决机制。基于物理事实——碰撞电离产生的载流子数量越多, 宏观雪崩电流越大, 陷阱捕获载流子的概率也随之增加。因此, 模型实时监测前级雪崩电流, 当电流幅值超过最大雪崩电流 (I_{max}) 的 90% 时, 判定陷阱中存在被捕获载流子。随后, 依据指数分布随机生成释放时间, 若释放时刻满足触发概率条件, 则输出后脉冲信号。该信号同样经过脉冲整形模块处理, 以驱动电路开关。

4 仿真实验与结果分析

145 为验证所提 SPAD 等效电路模型的准确性与实用性, 基于 4H-SiC 半导体材料的实测参数, 通过 Cadence Spectre 仿真平台搭建被动淬灭测试电路 (如图 2 所示)。该电路中, 反向偏压高于器件击穿电压 $V_{br}=185.3$ V, 保护电阻 $R_1=100$ k Ω (抑制过大雪崩电流), 取样电阻 $R_0=1$ k Ω (用于监测雪崩脉冲信号), MODEL01_SiC 是 SPAD 等效模型。

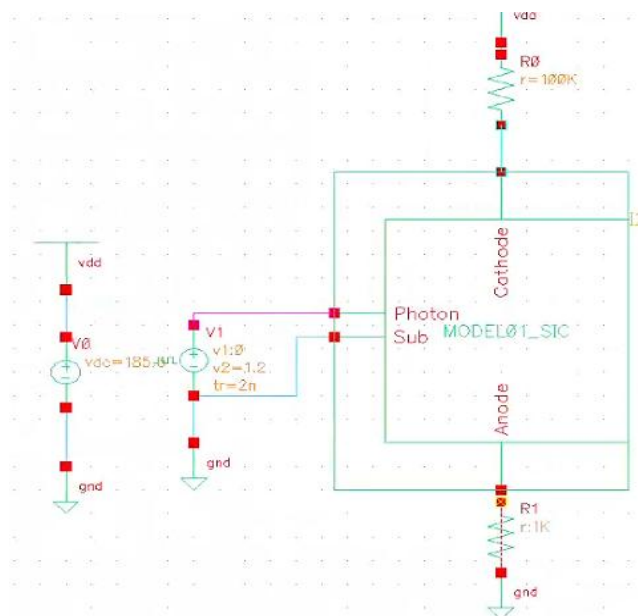


图 2 被动电路

被动电路的工作原理如下：

a. 准备阶段：VDC 设定在击穿电压之上，SPAD 的内部电容以及寄生电容开始充电，电路处于被探测阶段。SPAD 的电流接近于 0；

155 b. 雪崩及淬灭阶段：光子到达或暗计数产生脉冲，STRIGGER 关闭，SPAD 迅速雪崩，电流急剧增加，SSELF 闭合。大电流使得 R_1 和 R_0 分压，SPAD 电流减小，当电流小于 SSELF 设定值时，开关断开。SPAD 内部电容开始放电，直到 SPAD 两端电压小于击穿电压，电路完成淬灭。

160 c. 恢复阶段：雪崩淬灭后，VDC 通过 R_1 向电容充电，直到 SPAD 两端电压恢复到 VDC，电路再次处于被探测阶段。

以下从单光子响应特性、非理想效应（暗计数与后脉冲）统计特性及综合响应特性三个维度，对仿真结果展开分析。

4.1 单光子响应特性分析

165 单光子入射条件下，取样电阻 R_0 两端的电压脉冲与 SPAD 阴极电压的动态变化波形如图 3 所示。由图可知，当光子入射触发雪崩后，取样电阻上产生幅值为 700 mV 的脉冲，脉冲上升沿陡峭，无明显拖尾现象，这一特征与 SPAD 雪崩效应的快速响应本质一致，雪崩过程中载流子的碰撞电离呈指数增殖，导致电流瞬间跃升，进而通过 R_0 形成清晰的电压脉冲信号。

170 从阴极电压动态变化来看，雪崩发生前，阴极电压稳定在 185.3 V（与反向偏压 VDC 一致）；雪崩触发后，大电流通过 R_1 与 R_0 形成分压，阴极电压迅速下降至击穿电压以下，实现雪崩淬灭；淬灭完成后，VDC 通过 R_1 向 SPAD 结电容及寄生电容充电，阴极电压逐步恢复至初始偏压值，恢复时间约为 1 μ s。该恢复过程与被动淬灭电路的电容充电动力学规律完全吻合，验证了模型中雪崩自持开关（SSELF）的阈值设定（100 μ A）与电容参数（CAC、

175

CAS、CCS) 的合理性, 证明模型能够准确复现 SPAD 从雪崩触发、淬灭到恢复的完整物理过程。

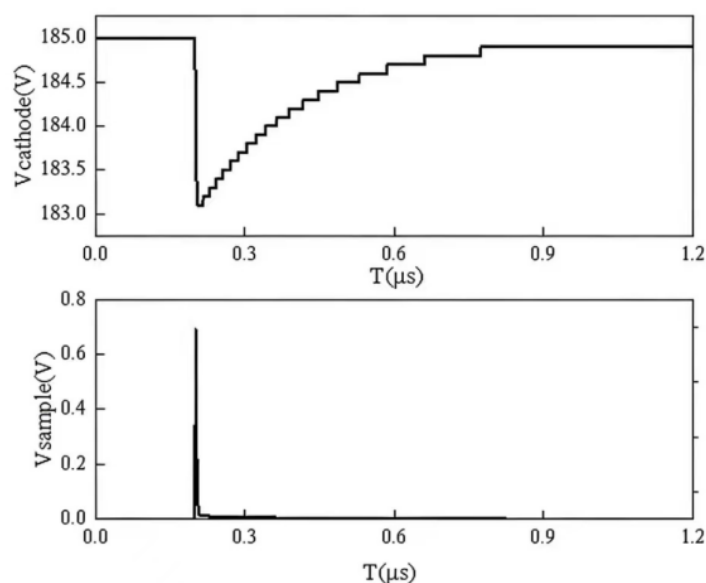


图3 单个取样脉冲和阴极电压

4.2 单光子响应特性分析

180

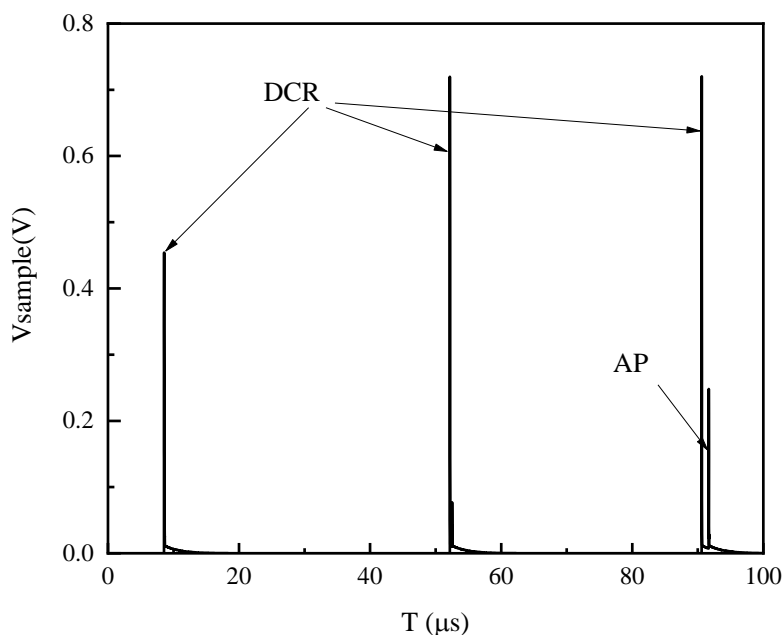
无光子入射时, 仅考虑暗计数 (DCR) 与后脉冲 (AP) 的仿真波形如 4 所示。该结果直观反映了两种非理想效应的统计特性与物理关联性:

185

从暗计数特性来看, 其输出脉冲的时间间隔呈现显著的随机分布特征, 且所有暗计数脉冲的幅值均稳定在 1.2 V, 与脉冲整形模块的设计参数一致。这一现象验证了暗计数的泊松分布本质——载流子的热产生与带带隧穿过程均为随机事件, 其时间间隔以 $1/\text{CGR}$ (CGR 为载流子产生率) 为期望值呈指数衰减, 模型通过 Verilog-A 语言对该物理过程的建模准确可靠。

190

从后脉冲特性来看, 所有后脉冲均紧随暗计数脉冲之后出现, 且仅在暗计数脉冲对应的雪崩电流峰值超过最大电流的 90% 时触发。这一结果印证了后脉冲的物理起源: 雪崩过程中碰撞电离产生的载流子数量越多, 被晶体陷阱捕获的概率越高, 后续释放并触发二次雪崩的可能性越大。仿真中后脉冲的幅值略低于暗计数脉冲, 且持续时间更短, 这是由于陷阱释放的载流子数量少于初始雪崩的载流子数量, 二次雪崩的强度相对较弱, 与后脉冲的物理形成机制高度契合。此外, 后脉冲的时间分布呈现随机特性, 其与前级暗计数脉冲的时间间隔符合陷阱载流子寿命的指数分布规律, 进一步证明模型对后脉冲触发逻辑与物理机制的表征准确。



195

图 4 无光子入射时的暗计数和后脉冲

4.3 综合响应特性分析

光子、暗计数与后脉冲共存条件下的综合响应波形如图 5 所示(光子入射周期为 40μs)。由图可见，三种信号在时间轴上相互独立，无明显干扰：光子脉冲呈现周期性分布，幅值稳定在 700 mV，与单光子响应特性一致；暗计数脉冲随机分布于光子脉冲间隔中，其幅值与时间特性未受光子信号影响；后脉冲则分别跟随光子脉冲与暗计数脉冲出现，体现了后脉冲与前级雪崩事件的强关联性。

该综合仿真结果表明，模型能够在复杂场景下精准区分光子信号与非理想效应噪声，既保证了光子探测信号的完整性与稳定性，又准确复现了暗计数的随机噪声特性与后脉冲的依附性特征。这一优势使得模型能够为 SPAD 外围电路设计提供贴近实际工况的仿真支撑——例如，通过分析暗计数的统计密度可优化淬灭电阻参数以降低噪声干扰，通过后脉冲的时间分布可设计合理的探测死时间以提高探测精度。

210

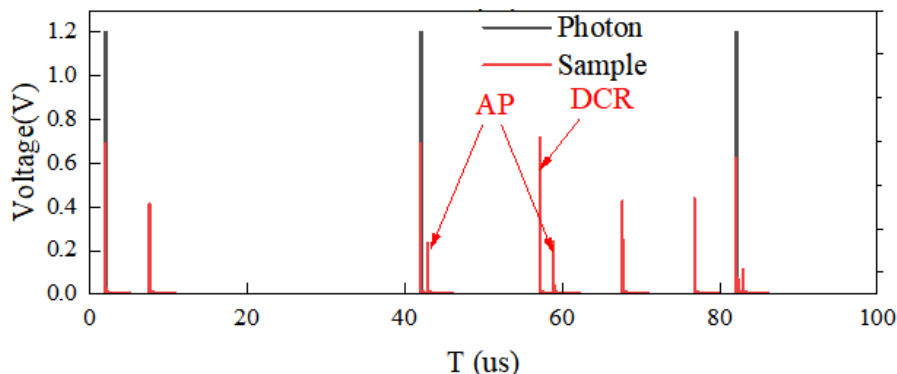


图 5 有光子入射时的光脉冲、暗计数和后脉冲

综上, 仿真结果从单一物理过程、非理想效应及综合场景三个层面, 验证了所提 SPAD 等效电路模型的准确性: 模型不仅能够复现 SPAD 的核心雪崩响应特性, 还能精准表征暗计数与后脉冲的物理机制及统计规律, 且电路结构直观、参数可调, 具备良好的工程实用性。

215 5 结语

针对现有雪崩光电探测器 (SPAD) 等效电路模型中非理想效应表征不全面、后脉冲判断逻辑复杂及工程实用性不足等问题, 本文提出一种基于 Verilog-A 语言与三开关结构融合的 SPAD 等效电路模型。该模型以器件物理机理为核心, 通过 Verilog-A 语言精准构建暗计数 (DCR) 与后脉冲 (AP) 的量化模型, 系统整合了 SRH 热产生与带带隧穿两种暗计数产生机制, 采用前级雪崩电流阈值判断法简化后脉冲触发逻辑, 并设计宽度可调脉冲整形模块优化开关触发可靠性, 最终形成兼具物理准确性与结构直观性的等效电路框架。

基于 4H-SiC 材料实测参数的仿真验证结果表明, 该模型能够准确复现 SPAD 的完整工作过程: 单光子触发的雪崩脉冲幅值达 700mV, 阴极电压恢复时间为 1 μ s, 与被动淬灭电路的动力学规律高度契合; 暗计数的时间分布符合泊松统计特性, 后脉冲的依附性与随机释放规律均与物理机制一致; 在光子、暗计数与后脉冲共存的复杂场景中, 模型可精准区分各类信号, 无相互干扰。

该模型为 SPAD 相关电路的设计、仿真与优化提供了可靠工具, 可广泛支撑量子通信、生物荧光成像、激光雷达等领域的 SPAD 系统研发。未来可进一步拓展模型的适用范围, 纳入温度依赖性、材料缺陷密度等影响因素, 提升模型在极端工况下的仿真精度。

230 [参考文献] (References)

- [1] D. P. Palubiak and M. J. Deen, "CMOS SPADs: Design issues and research challenges for detectors, circuits, and arrays," *IEEE J. Sel. Topics Quantum Electron.*, vol. 20, no. 6, Nov./Dec. 2014, Art. no. 6000718.
- [2] D. Palubiak, M. M. El-Desouki, O. Marinov, M. J. Deen, and Q. Fang, "High-speed, single-photon avalanche-photodiode imager for biomedical applications," *IEEE Sensors J.*, vol. 11, no. 10, pp. 2401 - 2412, Oct. 2011.
- [3] Z. Li and M. J. Deen, "Towards a portable Raman spectrometer using a concave grating and a time-gated CMOS SPAD," *Opt. Exp.*, vol. 22, no. 15, pp. 18736 - 18747, Jul. 2014.
- [4] L. H. C. Braga et al., "A fully digital 16×16 SiPM array for PET applications with per-pixel TDCs and real-time energy output," *IEEE J. Solid-State Circuits*, vol. 49, no. 1, pp. 301 - 314, Jan. 2014.
- [5] Cova S D, Ghioni M, Lacaita A, et al. Avalanche photodiodes and quenching circuits for single-photon detection[J]. *Applied Optics*, 1996, 35(12): 1956-1976.
- [6] D. Tamborini, B. Markovic, F. Villa, and A. Tosi, "16-channel module based on a monolithic array of single-photon detectors and 10-ps time-to-digital converters," *IEEE J. Sel. Topics Quantum Electron.*, vol. 20, no. 6, Nov. 2014, Art. no. 3802908.
- [7] Z. Cheng, M. J. Deen, and H. Peng, "A low-power gateable Vernier ring oscillator time-to-digital converter for biomedical imaging applications," *IEEE Trans. Biomed. Circuits Syst.*, vol. 10, no. 2, pp. 445 - 454, Apr. 2016.
- [8] Z. Cheng, X. Zheng, M. J. Deen, and H. Peng, "Recent developments and design challenges of high-performance ring oscillator CMOS time-to-digital converters," *IEEE Trans. Electron Devices*, vol. 63, no. 1, pp. 235 - 251, Jan. 2016.
- [9] Mora A D, Tosi A, Tisa S, et al. Single-Photon Avalanche Diode Model for Circuit Simulations[J]. *IEEE Photonics Technology Letters*, 2008, 19(23):1922-1924.
- [10] Giustolisi G, Mita R, Palumbo G. Behavioral modeling of statistical phenomena of single - photon avalanche

- 255 diodes[J]. International Journal of Circuit Theory & Applications, 2012, 40(7):661-679.
- [11] Deen, JamalM , Cheng, et al. A Comprehensive and Accurate Analytical SPAD Model for Circuit Simulation[J]. IEEE Transactions on Electron Devices, 2016.
- [12]G. Giustolisi, R. Mita, and G. Palumbo, “Behavioral modeling of statistical phenomena of single-photon avalanche diodes,” Int. J. Circuit Theory Appl., vol. 40, no. 7, pp. 661 - 679, 2012.
- 260 [13]S. M. Sze and K. K. Ng, Physics of Semiconductor Devices, 3 rd ed. New York, NY, USA : Wiley, 2007.