

反作用轮倒立摆的建模与控制器设计

陈智强, 郭磊, 宋原

(北京邮电大学人工智能学院, 北京, 100876)

摘要: 本文针对反作用轮倒立摆姿态控制问题进行研究, 对于反作用轮倒立摆动力学建模问题, 本文基于 RHONN 模型通过数据驱动方法建立了反作用轮倒立摆动力学模型。之后针对反作用轮倒立摆控制器设计问题, 应用逆最优控制算法设计了反作用轮倒立摆控制器, 实现了在系统平衡点附近的稳定控制。本文在 MATLAB\SimSpace 中搭建了反作用轮倒立摆虚拟样机, 并进行了仿真实验, 验证了本文设计的逆最优控制器的有效性。并与 PID 控制器进行了对比实验。对比实验结果表明, 本文所设计的逆最优控制器具有超调量较小, 收敛速度较快良好动态特性。

关键词: 控制理论与控制工程; 循环高阶神经网络; 逆最优控制; 动力学建模

中图分类号: TP242.6

Modeling and controller design of Reaction Wheel Pendulum

chenzhiqiang, guolei, songyuan

(School of Artificial Intelligence, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing, 100876)

Abstract: In this paper, the attitude control problem of the Reaction Wheel Pendulum was studied. For the dynamic modeling problem of the reaction wheel pendulum, the dynamic model of the reaction wheel pendulum was established based on the RHONN model through the data-driven method. Then, aiming at the design problem of the reaction wheel pendulum controller, the inverse optimal control algorithm was used to design the reaction wheel pendulum controller, and the stability control near the equilibrium point of the system was realized. In this paper, a virtual prototype of reaction wheel pendulum is built in MATLAB\SimSpace, and simulation experiments are carried out to verify the effectiveness of the inverse optimal controller designed in this paper. The experiment is compared with PID controller. The experimental results show that the inverse optimal controller designed in this paper has good dynamic characteristics of small overshoot and fast convergence.

Key words: Control theory and Control Engineering; Recurrent high-order neural network; Inverse optimal control; Dynamic modeling

0 引言

反作用轮倒立摆是一个典型的非线性系统。反作用轮已经在许多控制系统中得到了广泛应用, 比如自行车机器人^[1]、独轮车机器人^[2]、卫星^[3]等。反作用轮的一种典型功能是通过向反作用轮施加受控扭矩来改变其角速度, 进而控制系统的姿态^[4]。其中涉及的物理原理包括角动量定理及平行轴原理等。

反作用轮倒立摆作为一种通用的非线性系统被控对象可以作为各种控制算法的实验平台。目前控制领域的研究人员基于其进行了广泛研究。在建模方面, 基于拉格朗日方程^[5,6]等方法建立了反作用轮倒立摆系统的动力学模型。在控制算法方面, 基于滑模控制^[7]、无源

作者简介: 陈智强(1996-), 男, 主要研究方向: 控制理论与应用

通信联系人: 郭磊(1979-), 男, 副教授、博士研究生导师, 主要研究方向: 智能机器人与强化学习. E-mail: guolei@bupt.edu.cn

被动控制^[8]、LQR^[9,10]、模糊控制^[11]等方法设计了反作用轮倒立摆系统的控制器。反作用轮倒立摆系统是一种典型的欠驱动系统。在这种系统中,动作执行器的数量低于系统的自由度。即存在零动态子系统,这使得实现系统的姿态控制更加困难^[4]。但是欠驱动系统具有功耗较低、结构简单可靠、体积较小及整体重量轻的优点。因此设计稳定可靠的反作用轮倒立摆控制器具有较高的实用价值。

对于反作用轮倒立摆这类非线性系统来说,除基于机理建模方法建立动力学模型外,还可以使用循环高阶神经网络(RHONN)基于数据驱动的方式逼近系统动力学模型。RHONN 具有结构简单、训练所需算力较低、易于实现在线参数调整^[12]的特点。并且 RHONN 还具有神经网络的泛化优点,对于系统中的不确定参数以及高阶未建模状态具有一定的适应性。其对于系统中存在的扰动也具有一定的鲁棒性^[13]。在控制器设计方面,虽然通过数据驱动方法基于 RHONN 建立的动力学模型能够表示成仿射非线性系统的形式,并可以通过求解 HJB 方程来确定最优控制率。但是相对来说通过逆向方法避免求解 HJB 方程的逆最优控制算法更适合基于 RHONN 的动力学模型的控制器设计。

本文基于循环高阶神经网络(RHONN)通过数据驱动的方式识别反作用轮倒立摆动力学模型。并在此基础上,采用逆最优控制算法设计了控制器。实现了对于摆的稳定控制,并与 PID 控制器进行了对比,验证了逆最优控制器的有效性。

1 研究内容

1.1 反作用轮倒立摆结构分析

本文所研究的反作用轮倒立摆由底座、转轴、刚性旋转臂及反作用轮组成、转轴固定在底座上,刚性旋转臂一端与转轴连接,另一端与反作用轮连接。其结构如图 1 所示。坐标系 $\Sigma X^{(0)}O^{(0)}Y^{(0)}$ 固连于转轴,原点为底座上的转轴中心;坐标系 $\Sigma X^{(1)}O^{(1)}Y^{(1)}$ 固连于反作用轮,原点在反作用轮中心,且该坐标系并不随反作用轮转动。

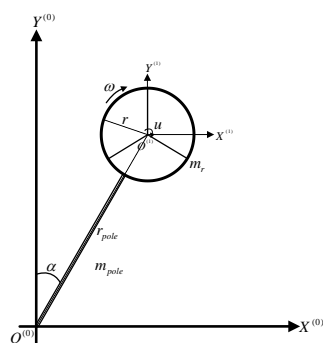


图 1 反作用轮倒立摆示意图

Fig.1 Schematic diagram of Reaction Wheel Pendulum

图中 α 为摆杆的倾角, u 为施加在反作用轮轴心处的控制力矩, r_{pole} 为摆杆长度, r 为反作用轮半径, ω 为反作用轮角速度, m_r 为反作用轮质量, m_{pole} 为摆杆质量,除此之外,

70 在本文中 $\dot{\alpha}$ 为摆杆的角速度。

对于反作用轮倒立摆来说,可基于角动量定理分析系统动态特性。描述系统角动量与所受外力矩之间关系的角动量定理如下所示。

$$\frac{dL_a}{dt} = \tau_a \quad (1)$$

式中 L_a 为系统整体的角动量, τ_a 为系统所受的外力矩。

75 定义 L_r 为反作用轮具有的角动量, L_{pole} 为摆杆具有的角动量。系统整体具有的角动量可表示成如下形式。

$$L_a = L_r + L_{pole} \quad (2)$$

将其带入式(1)得:

$$\frac{dL_a}{dt} = \dot{L}_r + \dot{L}_{pole} + \dot{\alpha} \times (L_r + L_{pole}) + \omega \times L_r = \tau_a \quad (3)$$

80 由上式分析可得,摆杆的运动与反作用轮的运动之间,可以用函数关系表述。只要建立相应的控制律,就可以通过向反作用轮施加受控扭矩来改变其角速度。从而实现对于系统的姿态控制。

1.2 基于 RHONN 的反作用轮倒立摆动力学建模

85 循环高阶神经网络(RHONN)是一种动态神经网络模型。能够通过数据驱动的方式,捕捉非线性系统以及具有时间延迟系统的动态响应^[13]。本文中使用的 RHONN 模型是串并联模型,其定义如下所示。

$$\hat{x}_i(k+1) = \omega_i^T \rho_i(x(k), u(k)), i=1, \dots, n \quad (4)$$

式中 $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in \mathbb{R}^n$ 表示待识别系统的状态向量,其中 n 表示状态空间维数。 \hat{x}_i 表示 $k+1$ 时刻 i -th 状态的预测值。 ω_i 是第 i 个状态的在线自适应权值向量。

90 $u = [u_1, u_2, \dots, u_m]^T \in \mathbb{R}^m$ 是动作向量, m 表示动作空间维数。 ρ_i 的定义如式(5)。

$$\rho_i(x(k), u(k)) = \begin{bmatrix} \rho_{i_1} \\ \rho_{i_2} \\ \vdots \\ \rho_{i_{L_i}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \prod_{j \in I_1} z_{ij}^{d_{ij}^{(1)}} \\ \prod_{j \in I_2} z_{ij}^{d_{ij}^{(2)}} \\ \vdots \\ \prod_{j \in I_{L_i}} z_{ij}^{d_{ij}^{(L_i)}} \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中 d_{ij} 是非负整数, L_i 是各项的高阶连接数。需要说明的是,在本研究中不同的输出具有相同的高次项组合 ρ_i , 具有相同的 $L_i = L_p$ 和不同的权值向量 ω_i ,

95 在本文中,用于构建 RHONN 的特征集包含所有由状态变量及动作变量构成的一次项特征,二次项特征和三次项特征, L_p 表示上述特征数目的总和。 $\{I_1, I_2, \dots, I_{L_i}\}$ 均是集合 $\{1, 2, \dots, m+n\}$ 的无序子集。 $z_i \in \mathbb{R}^{m+n}$ 是一个具有如下定义的向量。

$$z_i = \begin{bmatrix} z_{i_1} \\ \vdots \\ z_{i_n} \\ z_{i_{n+1}} \\ \vdots \\ z_{i_{n+m}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi(x_1) \\ \vdots \\ \phi(x_n) \\ u_1 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中 $\phi(\cdot)$ 为 sigmoid 激活函数, 其定义如式(7).

$$\phi(\zeta) = \frac{1}{1 + e^{-\zeta}} \quad (7)$$

100 1.3 逆最优控制器设计

基于 RHONN 建立的动力学模型能够表示成式(8)形式的仿射离散非线性系统。

$$\hat{x}(k+1) = \hat{f}(x(k)) + \hat{g}(x(k))u(k) \quad (8)$$

其中 $x(k) \in \mathbb{R}^n$ 为系统在时间 $k \in \mathbb{Z}^+$ 时的状态, $u(k) \in \mathbb{R}^m$ 为系统输入, $f(0) = 0$ 。并且对于所有的 $x(k) \neq 0$, $g(x(k)) \neq 0$ 。

105 设损失函数为

$$V(x(k)) = \frac{1}{2} x(k)^T P x(k) \quad (9)$$

其中, $P = P^T > 0$ 为正定矩阵, 可通过调整 P 的方式保证系统在平衡点附近的稳定性。需要说明的是, 逆最优控制方法的目标并不是求解 HJB 方程, 而是基于 $V(x_k)$ 通过逆最优控制方法确定控制率^[13], 如式(10)。

$$\begin{aligned} u(k) &= -\frac{1}{2} R^{-1} g^T(x(k)) \frac{\partial V(x(k+1))}{\partial x(k+1)} \\ &= -\frac{1}{2} R^{-1} g^T(x(k)) (Pf(x(k)) + Pg(x(k))u_k^*) \\ &= -\frac{1}{2} \left(R + \frac{1}{2} g^T(x(k))Pg(x(k)) \right)^{-1} g^T(x(k))Pf(x(k)) \end{aligned} \quad (10)$$

其中 $R = R^T > 0$ 为输入权值矩阵, 在默认情况下为一合适尺寸的单位矩阵。 P 为一个满足式(11, 12)的正定矩阵^[13]。

$$\lambda_{\min}(P) \|x\|^2 \leq x^T P x \leq \lambda_{\max}(P) \|x\|^2, x \in \mathbb{R}^n \quad (11)$$

$$V_f(x(k)) - \frac{1}{4} P_1^T(x(k))(T(x(k)))^{-1} P_1(x(k)) \leq -x^T(k) Q x(k) \quad (12)$$

115 上式中

$$\begin{aligned}
 T(x(k)) &= R + P_2(x(k)) \\
 V_f(x(k)) &= \frac{1}{2} f^T(x(k)) P f(x(k)) - V(x(k)) \\
 P_1(x(k)) &= g^T(x(k)) P f(x(k)) \\
 P_2(x(k)) &= \frac{1}{2} g^T(x(k)) P g(x(k)) \\
 Q &= Q^T > 0
 \end{aligned}$$

2 仿真实验

本文在 MATLAB\Simscape 中创建了反作用轮倒立摆虚拟样机，如图 2 所示。

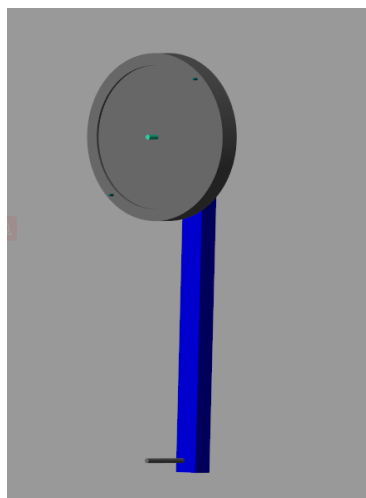


图 2 反作用轮倒立摆虚拟样机示意图

Fig.2 Schematic diagram of Reaction Wheel Pendulum virtual prototype

反作用轮倒立摆质量几何参数如表 1 所示。

表 1 反作用轮倒立摆虚拟样机质量几何参数

Tab.1 Quality geometric parameters of Reaction Wheel Pendulum virtual prototype

符号	重量
$m_{pole} \text{ (kg)}$	0.12
$m_r \text{ (kg)}$	0.1508
$r \text{ (m)}$	0.06
$r_{pole} \text{ (m)}$	0.3

2.1 基于 RHONN 的动力学建模

本文通过数据驱动方法，基于 RHONN 建立反作用轮倒立摆动力学模型。首先收集了反应反作用轮摆动态特性的运行数据。具体来说，我们设计了一个 PID 控制器，该控制器能够实现一定程度的稳定控制。并在控制量 u 中加入了服从均匀分布 $U(-0.2, 0.2)$ 的随机噪声。另外，为使得采集到的数据能够覆盖尽量大的状态空间。每次仿真开始时，摆杆初始倾角 α

服从 $U(-5,5)$ deg 的均匀分布。控制频率与采样频率均为 50 Hz。当反作用轮倒立摆运行时间达到 3 s 或摆杆倾角 α 绝对值大于 10 deg 时结束采样。在上述条件下采集了 84 组共 9050 条反作用轮倒立摆虚拟样机模型的运行数据。通过数据驱动方式建立了反作用轮倒立摆动力学模型, 其 FIT 参数达到了 84.43%, 能够满足逆最优控制器设计的精度需求。我们随机选择一组数据作为测试集, 其预测结果如图 3 所示。

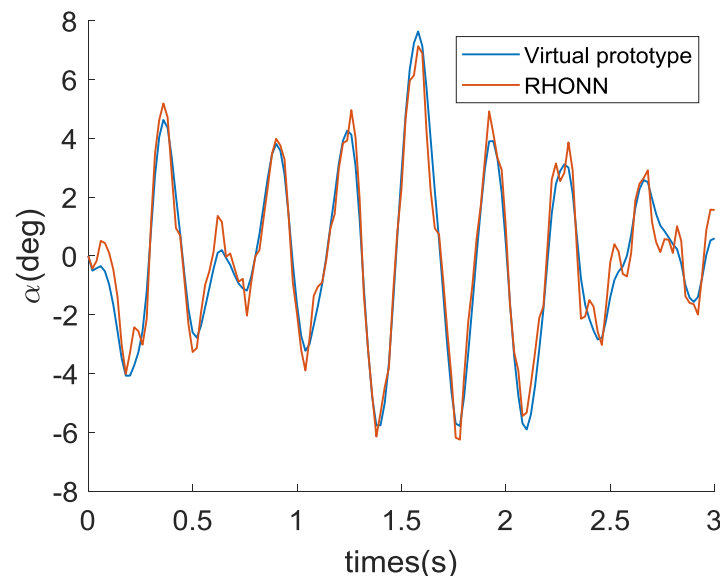


图 3 反作用轮倒立摆虚拟样机摆杆倾角数值与 RHONN 模型的预测值

Fig.3 The predicted value of pendulum bar inclination Angle and RHONN model of Reaction Wheel

Pendulum virtual Prototype

图中蓝色曲线是采集到的反作用轮倒立摆虚拟样机摆杆倾角 α 。红色曲线通过数据驱动建立的反作用轮倒立摆动力学模型对于倾角 α 的预测曲线。

2.2 逆最优控制器设计

本文采用逆最优控制算法设计了反作用轮倒立摆虚拟样机自平衡控制器, 并与 PID 控制器进行了比较。验证了基于数据驱动方法建立的动力学模型的有效性。

首先, 为验证控制器在平衡点附近的控制性能, 在 $T = 0$ s 时刻我们使反作用轮倒立摆摆杆倾角 α 服从 $U(-5,5)$ deg 的均匀分布。并重复进行了 200 次仿真实验。控制器都能够使得反作用轮倒立摆在大约 0.5 s 左右迅速到达平衡点。在 ± 5 deg 初始摆杆倾角响应曲线如图 4 所示。

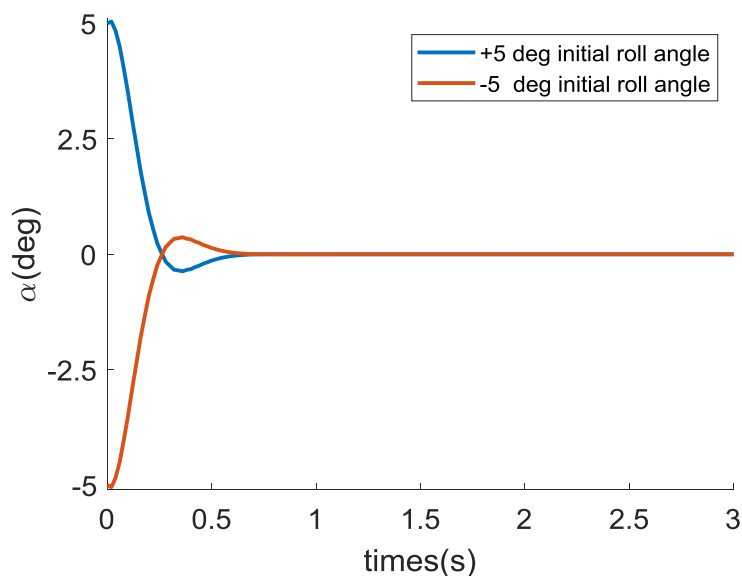


图 4 逆最优控制器在 ± 5 deg 摆杆倾角初始状态下虚拟样机摆杆倾角响应曲线

Fig.4 Pendulum tilt response curve of virtual prototype in the initial state of ± 5 deg pendulum tilt of inverse optimal controller

图中蓝色曲线是虚拟样机在 $+5$ deg 摆杆倾角初始状态下的摆杆倾角响应曲线。红色曲线是虚拟样机在 -5 deg 摆杆倾角初始状态下的摆杆倾角响应曲线。图 4 可以说明本文所设计的反作用轮倒立摆逆最优控制器在平衡点附近具有较好的控制效果。

另外，本文还基于 PID 设计了反作用轮倒立摆控制器，在与图 4 相同的初始状态下，摆杆倾角相应曲线如图 5 所示。

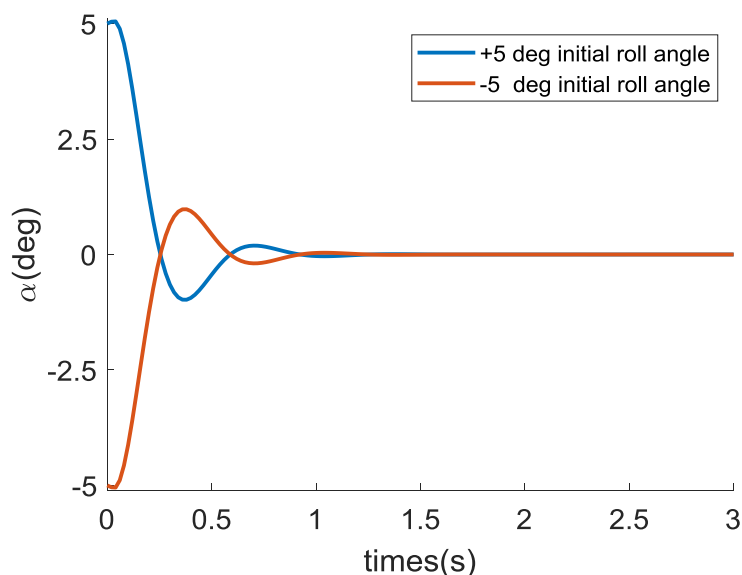


图 5 PID 控制器在 ± 5 deg 摆杆倾角初始状态下虚拟样机摆杆倾角响应曲线

Fig.5 Pendulum tilt response curve of virtual prototype in the initial state of ± 5 deg pendulum tilt of PID controller

由图 4, 5 分析, 本文基于逆最优控制算法设计的控制器相对于 PID 控制器超调量较小, 曲线更为平滑。

3 结论

在本文中, 我们以反作用轮倒立摆为研究对象, 设计反作用轮倒立摆平衡控制器。当反作用轮倒立摆偏离垂直方向倾倒时, 要对反作用轮施加一定的控制力矩改变反作用轮的角动量。根据角动量守恒定律, 摆杆将朝着恢复平衡的方向运动。本文在仿真环境下, 通过数据驱动的方式基于 RHONN 模型建立了反作用轮倒立摆动力学模型。并采用逆最优控制算法设计了反作用轮倒立摆控制器, 实现了系统平衡点附近的稳定控制。将这个控制器与传统的 PID 算法进行了对比实验。实验结果表明, 本文所设计的控制器具有超调量小, 收敛快的良好动态特性。

[参考文献] (References)

- [1] Adam Owczarkowski,Dariusz Horla,Joanna Zietkiewicz. Introduction of Feedback Linearization to Robust LQR and LQI Control - Analysis of Results from an Unmanned Bicycle Robot with Reaction Wheel[J]. Asian Journal of Control,2019,21(2):
- [2] Ping Wang,Qiang Lu,Xiaodan Zhao,Haojie Zhang. Finite-Time Posture Control of a Unicycle Robot[A]. 中国自动化学会控制理论专业委员会.第三十四届中国控制会议论文集(A 卷)[C].中国自动化学会控制理论专业委员会:中国自动化学会控制理论专业委员会,2015:6.
- [3] Zhang Jian,Wu Fengge. A Method of Offline Reinforcement Learning Virtual Reality Satellite Attitude Control Based on Generative Adversarial Network[J]. WIRELESS COMMUNICATIONS & MOBILE COMPUTING,2021,2021:
- [4] João Francisco Silva Trentin,Tiago Peghin Cenale,Samuel da Silva,Jean Marcos de Souza Ribeiro. Attitude control of inverted pendulums using reaction wheels: Comparison between using one and two actuators[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering,2020,234(3):
- [5] Su C Y, Peng C C, Ravankar A A, et al. Dynamics Modelling and Parameter Identification of a Reaction Wheel Based Pendulum[C]//2020 Fourth IEEE International Conference on Robotic Computing (IRC). IEEE, 2020: 271-274.
- [6] Aghaei V T, ilayda Kömürçü B, Saka D, et al. Modeling and Simulation of the Control Performance of a Reaction Wheel Pendulum[C]//2021 29th Signal Processing and Communications Applications Conference (SIU). IEEE, 2021: 1-4.
- [7] Rizal Y, Mantala R, Rachman S, et al. Balance control of reaction wheel pendulum based on second-order sliding mode control[C]//2018 International Conference on Applied Science and Technology (iCAST). IEEE, 2018: 51-56.
- [8] Block D J, Åström K J, Spong M W. The reaction wheel pendulum[J]. Synthesis Lectures on Control and mechatronics, 2007, 1(1): 1-105.
- [9] Montoya O D, Garrido V M, Gil-González W, et al. Passivity-Based Control Applied of a Reaction Wheel Pendulum: an IDA-PBC Approach[C]//2019 IEEE International Autumn Meeting on Power, Electronics and Computing (ROPEC). IEEE, 2019: 1-6.
- [10] I Siradjuddin,E R K Pradani,E Rohadi,S Adhisuwignjo,M Kusumawardani,I M Fitriani. Designing, implementing and analysing optimal controllers on a non-linear reaction wheel pendulum[J]. Journal of Physics: Conference Series,2019,1402(4):
- [11] Nguyen B H, Cu M P, Nguyen M T, et al. LQR AND FUZZY CONTROL FOR REACTION WHEEL INVERTED PENDULUM MODEL[J]. Robotica & Management, 2019, 24(1).
- [12] Lopez V G, Alanis A Y, Sanchez E N, et al. Real-time implementation of neural optimal control and state estimation for a linear induction motor[J]. Neurocomputing, 2015, 152: 403-412.
- [13] Sanchez E N, Ornelas-Tellez F. Discrete-time inverse optimal control for nonlinear systems[M]. CRC Press, 2017.