

# 考虑热弹性变形的高速点接触热弹流润滑研究

程志涛<sup>1</sup>, 黄雪<sup>2</sup>, 孟凡明<sup>1</sup>

(1. 重庆大学机械传动国家重点实验室, 重庆 400044;

2. 中国航发哈尔滨东安发动机有限公司, 黑龙江, 哈尔滨, 150066)

**摘要:** 建立了考虑热弹性变形的高速点接触非牛顿热弹流润滑模型, 为此, 基于包含流体惯性项的Reynolds方程对油膜压力进行了求解, 采用追赶法对润滑剂和接触固体的温度场进行了求解。同时, 提出了ITD法用于求解接触固体表面综合热弹性变形。研究了载荷、卷吸速度和滑滚比对热弹流润滑性能的影响。为校核模型的正确性, 采用数值方法对ITD法进行了验证, 同时, 通过中心油膜厚度测量实验, 验证了考虑热弹性变形的正确性。结果表明: 新提出的ITD法可准确快速地计算表面热弹性变形; 考虑热弹性变形后, 二次压力峰处油膜压力略微减小, 油膜厚度降低, 膜厚曲线向油膜出口倾斜, 中层油膜温度略微降低; 考虑热弹性变形情况下的中心膜厚与实验结果十分接近。

**关键词:** 热弹流润滑; 热弹性变形; 点接触; ITD法

**中图分类号:** TH 133.33

## TEHL analysis for high-speed point contacts considering thermo-elastic deformation

CHENG Zhitao<sup>1</sup>, HUANG Xue<sup>2</sup>, MENG Fanming<sup>1</sup>

(1. The State Key Laboratory of Mechanical Transmission, Chongqing University, Chongqing 400044, China;

2. AECC Harbin Dong'an Engine Co., Ltd., Harbin Heilongjiang 150066, China)

**Abstract:** In the present study, a non-Newtonian thermal elastohydrodynamic lubrication (TEHL) model for point contacts is established, into which the thermo-elastic deformation is considered. In doing so, the film pressure is computed based on the Reynolds equation which considers the fluid inertia terms. The temperature fields of the lubricant and the contact solids are solved with the chase-after method. Meanwhile, the composite thermo-elastic deformation of the contact solids is calculated with a newly proposed ITD (internal temperature distribution-based) method. Effects of applied load, entrainment velocity, and slide-roll ratio on the TEHL performances are analyzed. To validate the model, the ITD method is verified with numerical simulation, and a central film thickness experiment is conducted to verify the rationality of considering the thermo-elastic deformation in TEHL analysis. It is revealed that the proposed ITD method can accurately and quickly evaluate the thermo-elastic deformation. With thermo-elastic deformation considered, the secondary pressure peak decreases slightly, the film thickness reduces and the film thickness curve inclines towards the outlet, and the mid-layer film temperature slightly decreases. The central film thicknesses with thermo-elastic deformation considered are very close to the experimental ones.

**Key words:** TEHL; thermo-elastic deformation; point contacts; ITD method

## 0 引言

作为工程机械领域常见的运动副形式之一, 国内外学者已对点接触高副的热弹流润滑问题展开了广泛研究。例如, Lee 等<sup>[1]</sup>提出了多重网格法来分析重载、大滑滚比工况下的牛顿

基金项目: 国家自然科学基金项目(51775067 和 51975381); 重庆市自然科学基金项目(cstc2018jcyjAX0719)

作者简介: 程志涛 (1989 年-), 男, 硕士研究生, 润滑摩擦学

通信联系人: 孟凡明 (1971 年-), 男, 博导, 机械摩擦学与可靠性工程. E-mail: fmmeng@cqu.edu.cn

流体点接触热弹流润滑性能, 研究表明最大油膜温度随着卷吸速度、载荷和滑滚比的增大而增大。Guo 等<sup>[2]</sup>研究了两反向移动的椭圆接触表面的牛顿热弹流润滑特性, 发现在油膜轮廓曲线的接触中心区存在凹陷现象。Kim 等<sup>[3]</sup>提出了一种完全耦合方法用于求解非牛顿流体点接触热弹流润滑问题, 求解得到的固体表面温度与实验结果吻合良好。然而, 以上研究均未考虑接触固体表面热弹性变形的影响。

对于在高速重载条件下工作的球轴承点接触润滑摩擦副, 润滑油膜和接触固体均会产生较大温升, 温升引起的接触固体表面热弹性变形与最小油膜厚度量级相当<sup>[4]</sup>, 因此在热弹流润滑分析中不容忽略。早期关于热弹性变形对弹流润滑性能影响的研究主要集中在发动机活塞、滑动轴承上, 采用的方法主要是有限元法。例如, 杨俊伟等<sup>[5]</sup>建立了考虑活塞裙部热变形的弹流润滑分析模型, 采用三维有限元方法对活塞热变形进行求解, 结果表明热变形对活塞润滑性能产生明显影响。王庆生和刘焜<sup>[6]</sup>发现考虑活塞裙部和缸套的热、弹性变形后, 裙部主推力边的最小油膜厚增大, 裙部摩擦力减小。少有的数值计算方法并未结合热弹流润滑分析得到的固体内部温度分布结果, 且计算效率较低<sup>[4][7,8]</sup>。我们在前期的点接触弹流润滑分析中发现, 高速引起的流体惯性力显著影响着点接触弹流润滑性能<sup>[9]</sup>, 而上述所有文献均忽略了该因素的影响。为此, 本文在前期工作的基础上, 进一步建立考虑热弹性变形的高速点接触非牛顿热弹流润滑模型, 提出基于固体内部温度分布的 ITD (internal temperature distribution-based) 法用于求解接触固体表面综合热弹性变形, 对比研究有无热弹性变形下载荷、卷吸速度和滑滚比对热弹流润滑性能的影响。此外, 还采用数值方法对 ITD 法的正确性和高效性进行了验证, 通过中心油膜厚度测量实验验证了考虑热弹性变形的正确性。

## 1 控制方程

### 1.1 Reynolds 方程

通常采用点接触热弹流润滑模型对油润滑球轴承的接触问题进行求解。如图 1 所示, 将轴承滚球与内/外套圈的接触等效为一个弹性椭球 B 与无限大刚性平板 A 的接触。平板 A 与椭球 B 的接触中心位于坐标原点  $O$ ,  $x$  轴正方向为椭球滚动方向,  $z$  轴与接触面垂直。 $u_a$ 、 $u_b$  分别为下表面和上表面沿  $x$  方向的运动速度,  $Q$  为作用于椭球 B 的外载荷。

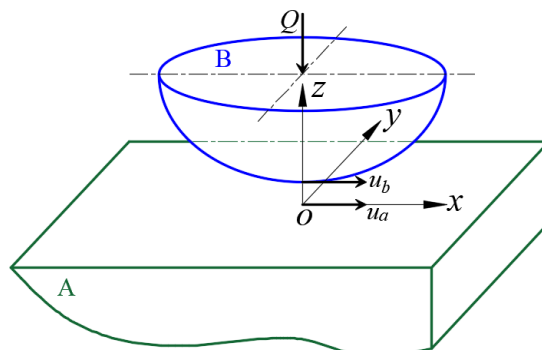


图 1 椭球-平面润滑模型

Fig. 1 Ellipsoid-plate contact model

本文旨在探索考虑热弹性变形的高速点接触稳态热弹流润滑性能, 研究中计入了流体惯性力的影响, 使用的 Reynolds 方程形式如下

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \left( \frac{\rho}{\eta} \right)_e h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \left( \frac{\rho}{\eta} \right)_e h^3 \frac{\partial p}{\partial y} \right] = 12u_r \frac{\partial(\rho_x^* h)}{\partial x} + 12 \frac{\partial(\Omega_x h^3)}{\partial x} + 12 \frac{\partial(\Omega_y h^3)}{\partial y} \quad (1)$$

式中,  $p$ 、 $h$  分别表示油膜压力和厚度,  $\rho$ 、 $\eta$  分别表示润滑剂密度和粘度,  $u_r$  表示卷吸速度,  $u_r = (u_a + u_b)/2$ ,  $(\rho/\eta)_e$ 、 $\rho_x^*$ 、 $\Omega_x$  和  $\Omega_y$  的表达式见文献[9], 本方程的推导过程以及流体惯性力的影响同样见文献[9]。

Reynolds 方程中的油膜压力应满足如下边界条件

$$p(x_{in}, y) = p(x_{out}, y) = 0 \quad (2a)$$

$$p(x, y_{in}) = p(x, y_{out}) = 0 \quad (2b)$$

$$p(x, y) \geq 0, (x_{in} \leq x \leq x_{out}, y_{in} \leq y \leq y_{out}) \quad (2c)$$

式中,  $x_{in}$ 、 $x_{out}$  分别为计算域  $x$  方向的入口和出口位置,  $y_{in}$ 、 $y_{out}$  分别为计算域  $y$  方向的入口和出口位置。

## 1.2 考虑热弹性变形的油膜厚度方程以及 ITD 法

考虑热弹性变形的油膜厚度方程为

$$h(x, y) = h_0 + \frac{x^2}{2R_x} + \frac{y^2}{2R_y} + d(x, y) - g_c(x, y) \quad (3)$$

式中,  $h_0$  为刚体中心膜厚,  $R_x$ 、 $R_y$  分别为接触固体在  $xOz$  和  $yOz$  平面的综合曲率半径,  $d$  为接触固体综合弹性变形,  $g_c$  为接触固体的综合热弹性变形, 它由两部分构成, 即平板 A 和椭球 B 的表面热弹性变形  $g_a$  和  $g_b$ ,  $g_c = g_a + g_b$ 。

综合弹性变形  $d$  可通过 Boussinesq 积分式来表达

$$d(x, y) = \frac{2}{\pi E'} \iint_{\Omega} \frac{p(x', y')}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}} dx' dy' \quad (4)$$

式中,  $E'$  为接触固体的综合弹性模量,  $2/E' = (1-\nu_a^2)/E_a + (1-\nu_b^2)/E_b$ ,  $E_a$ 、 $E_b$  分别为平板 A 和椭球 B 的弹性模量,  $\nu_a$ 、 $\nu_b$  分别为平板 A 和椭球 B 的泊松比。

编程直接求解综合弹性变形需要一个四重循环, 该计算通常极其耗时。为节省计算时间, 可以使用离散卷积-快速傅里叶变换法 (DC-FFT) 来加速计算<sup>[10]</sup>。此时, 方程(4)可离散为

$$d(i, j) = \frac{2}{\pi E'} \sum_{k=0}^{NX} \sum_{l=0}^{NY} I(i-k, j-l) p(k, l) \quad (5)$$

式中,  $I$  是弹性变形影响系数矩阵,  $NX$  和  $NY$  是  $x$  和  $y$  方向的网格数。

在方程(5)两侧首先进行二维离散傅里叶变换 (DFT), 然后继续进行傅里叶逆变换 (IDFT), 综合弹性变形可表示为

$$d(i, j) = \text{IDFT} \left[ \hat{I}(i, j) \hat{p}(i, j) \right] \quad (6)$$

式中, “ $\hat{\cdot}$ ”指一次二维 DFT 操作。如此, 综合弹性变形  $d(i, j)$  可通过方程(6)快速求解。

表面热弹性变形  $g$  通常表达为<sup>[7]</sup>

$$g(x, y) = \frac{\lambda(1+\nu)}{\pi} \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{z' \Delta T(x', y', z')}{[(x-x')^2 + (y-y')^2 + z'^2]^{3/2}} dx' dy' dz' \quad (7)$$

式中,  $\lambda$  和  $\nu$  分别为材料的线膨胀系数和泊松比。传统的计算表面热弹性变形的的方法均未结合热弹流润滑分析得到的固体内部温度分布<sup>[4][7,8]</sup>。本文则提出了一种基于固体内部温度分布的计算表面热弹性变形的 ITD 法。固体内部温度分布可由固体热传导方程(25)和(26)得到, 进而表面热弹性变形可予以求解, ITD 方法的具体实施过程描述如下。

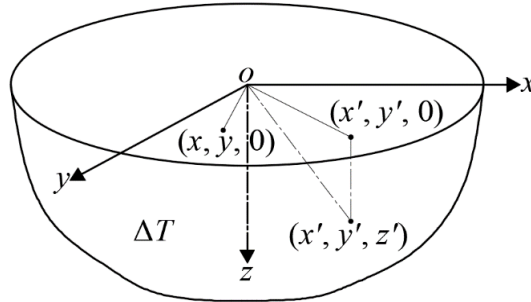


图2 弹性半空间上的表面热弹性变形计算示意图

Fig. 2 Schematic diagram of thermo-elastic deformation calculation on half space surface

初始温度为  $T_0$  的半空间在外部热源作用下发生  $\Delta T(x', y', z')$  的升温, 在内部升温的作用下, 半空间表面 ( $z=0$ ) 将发生热弹性变形。对于热源不随时间变化的稳态问题, 表面热弹性变形如式(7)所示。

在数值计算中, 计算域不可能取无限大, 一般为有限的范围。针对本研究, 数值计算范围取为:  $x_{in} \leq x \leq x_{out}, y_{in} \leq y \leq y_{out}, 0 \leq z \leq h_t$ ,  $h_t$  是固液交界面至固体内部的温度渗透层厚度, 对应的网格系统为:  $NX \times NY \times NL$  (以图2为例)。此时, 上式应写为

$$g(x, y) = \frac{\lambda(1+\nu)}{\pi} \int_0^{h_t} \int_{y_{in}}^{y_{out}} \int_{x_{in}}^{x_{out}} \frac{z' \Delta T(x', y', z')}{[(x-x')^2 + (y-y')^2 + z'^2]^{3/2}} dx' dy' dz' \quad (8)$$

根据积分原理, 上式可写作  $z$  方向的累加形式

$$g(x, y) = \frac{\lambda(1+\nu)}{\pi} \sum_{k=0}^{NL} \Delta z_k \int_{y_{in}}^{y_{out}} \int_{x_{in}}^{x_{out}} \frac{z_k \Delta T(x', y', z_k)}{[(x-x')^2 + (y-y')^2 + z_k^2]^{3/2}} dx' dy' \quad (9)$$

在各温度层,  $z_k$  均为常数, 令  $g'(x, y, z_k) = \int_{y_{in}}^{y_{out}} \int_{x_{in}}^{x_{out}} \frac{z_k \Delta T(x', y', z_k) dx' dy'}{[(x-x')^2 + (y-y')^2 + z_k^2]^{3/2}}$ , 将

其命名为“各温度层的热弹性变形分量”。基于线弹性叠加原理, 可对  $g'(x, y, z_k)$  差分离散为如下形式以采用数值方法求解

$$g'(x_i, y_j, z_k) = \sum_{s=0}^{NX} \sum_{t=0}^{NY} K(x_i - x_s, y_j - y_t, z_k) \Delta T(x_s, y_t, z_k) \quad (10)$$

式中,  $K(x_i - x_s, y_j - y_t, z_k)$  为热弹性变形影响系数, 简记为  $K_{s,t}^{i,j}$ , 采用等间距网格时,  $K_{s,t}^{i,j}$  只和两点之间的距离有关且存在对称性, 因此影响系数的计算可只针对坐标原点进行,  $K_{s,t}^{i,j}$  可进一步简记为  $K_{s,t}$ 。不失一般性, 后文用  $K_{i,j}$  代替  $K_{s,t}$ 。

根据矩形近似法, 热弹性变形影响系数可由下列积分求得<sup>[11]</sup>

$$K_{i,j} = \int_{y_j - \Delta y/2}^{y_j + \Delta y/2} \int_{x_i - \Delta x/2}^{x_i + \Delta x/2} h(x, y) dx dy \quad (11)$$

式中,  $\Delta x$ 、 $\Delta y$  分别为  $x$ 、 $y$  方向的网格间距,  $h(x, y)$  为 Green 函数, 针对热弹性变形, 应写为

$$h(x, y) = \frac{z_k}{(x^2 + y^2 + z_k^2)^{3/2}} \quad (12)$$

热弹性变形影响系数, 也即积分表达式(11), 其求解思路是将二重积分近似为具有明确解析表达式的一重积分。

$$\text{令 } A = \int_{y_p}^{y_m} \frac{z_k dy}{(x_m^2 + y^2 + z_k^2)^{3/2}}, \quad B = \int_{y_p}^{y_m} \frac{z_k dy}{(x_p^2 + y^2 + z_k^2)^{3/2}}, \quad C = \int_{x_p}^{x_m} \frac{z_k dx}{(x^2 + y_m^2 + z_k^2)^{3/2}},$$

$$D = \int_{x_p}^{x_m} \frac{z_k dx}{(x^2 + y_p^2 + z_k^2)^{3/2}}, \quad \text{则热弹性变形影响系数 } K_{i,j} \text{ 可表示为}$$

$$K_{i,j} = (A\Delta x + B\Delta x + C\Delta y + D\Delta y)/4 \quad (13)$$

式中,  $x_m = x_i + \Delta x/2$ ,  $x_p = x_i - \Delta x/2$ ,  $y_m = y_j + \Delta y/2$ ,  $y_p = y_j - \Delta y/2$ 。

一重积分  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  具有明确的解析表达式。一重积分  $A$  和  $B$  中, 若令  $x$  为常数 ( $x_m$  或  $x_p$  等于  $x_0$ ), 积分可得

$$\int \frac{z_k}{(x_0^2 + y^2 + z_k^2)^{3/2}} dy = \frac{z_k y}{(x_0^2 + z_k^2) \sqrt{x_0^2 + y^2 + z_k^2}} \quad (14)$$

一重积分  $C$  和  $D$  中, 若令  $y$  为常数 ( $y_m$  或  $y_p$  等于  $y_0$ ), 积分可得

$$\int \frac{z_k}{(x^2 + y_0^2 + z_k^2)^{3/2}} dx = \frac{z_k x}{(y_0^2 + z_k^2) \sqrt{x^2 + y_0^2 + z_k^2}} \quad (15)$$

因此, 一重积分  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  可分别表示为如下形式

$$A = \frac{z_k y_m}{(x_m^2 + z_k^2) \sqrt{x_m^2 + y_m^2 + z_k^2}} - \frac{z_k y_p}{(x_m^2 + z_k^2) \sqrt{x_m^2 + y_p^2 + z_k^2}} \quad (16)$$

$$B = \frac{z_k y_m}{(x_p^2 + z_k^2) \sqrt{x_p^2 + y_m^2 + z_k^2}} - \frac{z_k y_p}{(x_p^2 + z_k^2) \sqrt{x_p^2 + y_p^2 + z_k^2}} \quad (17)$$

$$C = \frac{z_k x_m}{(y_m^2 + z_k^2) \sqrt{x_m^2 + y_m^2 + z_k^2}} - \frac{z_k x_p}{(y_m^2 + z_k^2) \sqrt{x_p^2 + y_m^2 + z_k^2}} \quad (18)$$

$$D = \frac{z_k x_m}{(y_p^2 + z_k^2) \sqrt{x_m^2 + y_p^2 + z_k^2}} - \frac{z_k x_p}{(y_p^2 + z_k^2) \sqrt{x_p^2 + y_p^2 + z_k^2}} \quad (19)$$

通过以上处理方式, 可将原本是二重积分的影响系数近似为仅与网格节点有关的且具有明确解析表达式的一重积分形式, 一次计算并存储, 后续重复使用。

在得到热弹性变形影响系数后, 就可以计算离散方程(10)了, 可借鉴弹性变形求解思路予以求解<sup>[10]</sup>。最后根据式(9)对各温度层的热弹性变形分量进行累加, 即可求得最终的表面热弹性变形。

### 1.3 润滑剂密度、粘度和载荷平衡方程

Dowson 和 Higginson 提出的密度-压力-温度关系方程为

$$\rho = \rho_0 \left[ 1 + \frac{0.6 \times 10^{-9} p}{1 + 1.7 \times 10^{-9} p} - 6.5 \times 10^{-4} (T_f - T_0) \right] \quad (20)$$

式中,  $\rho_0$  为润滑剂的环境密度,  $T_0$  为环境温度,  $T_f$  为润滑剂温度。

Roelands 提出的牛顿流体粘度-压力-温度关系方程可表示为

$$\eta = \eta_0 \exp \left\{ (\ln \eta_0 + 9.67) \left[ -1 + \left( 1 + 5.1 \times 10^{-9} p \right)^{Z_0} \left( \frac{T_f - 138}{T_0 - 138} \right)^{-S_0} \right] \right\} \quad (21)$$

式中,  $\eta_0$  表示润滑油的环境粘度,  $Z_0 = \alpha_f / [5.1 \times 10^{-9} (\ln \eta_0 + 9.67)]$ ,

$S_0 = \beta_f (T_0 - 138) / (\ln \eta_0 + 9.67)$ ,  $\alpha_f$ 、 $\beta_f$  分别为润滑剂的粘度-压力系数和粘度-温度系数。

对于本文所研究的 Ree-Eyring 型非牛顿流体, 其等效粘度  $\eta^*$  为

$$\eta^* = \eta \left( \frac{\tau_e}{\tau_0} \right) / \sinh \left( \frac{\tau_e}{\tau_0} \right) \quad (22)$$

式中,  $\tau_0$  为润滑剂的特征剪应力,  $\tau_e$  是剪应力模量,  $\tau_e = \sqrt{\tau_{zx}^2 + \tau_{zy}^2}$ ,  $\tau_{zx}$  和  $\tau_{zy}$  分别为  $x$  和  $y$  方向的油膜剪应力。

油膜压力在计算域内积分可得到承载载荷, 载荷平衡方程为

$$Q = \iint_{\Omega} p(x, y) dx dy \quad (23)$$

#### 1.4 温度场方程

不考虑体积力和热辐射的影响, 并忽略沿着  $x$  和  $y$  方向的热传导, 油膜的能量方程为

$$\begin{aligned} c_f \left[ \rho u \frac{\partial T_f}{\partial x} + \rho v \frac{\partial T_f}{\partial y} - \left( \frac{\partial}{\partial x} \int_0^z \rho u dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_0^z \rho v dz \right) \frac{\partial T_f}{\partial z} \right] + \frac{T_f}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial T_f} \left( u \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial p}{\partial y} \right) \\ = k_f \frac{\partial^2 T_f}{\partial z^2} + \eta^* \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (24)$$

式中,  $c_f$ 、 $k_f$  分别为润滑剂比热容和热传导系数,  $u$ 、 $v$  分别表示流体沿  $x$  和  $y$  方向的速度分量, 方程左侧第一和第二项分别表示热对流项和压缩功项, 右侧第一和第二项分别表示热传导和剪切生热项。

由于油膜能量方程已经忽略了  $x$  方向热传导, 对流是  $x$  方向的唯一传热方式, 因此, 在油膜入口逆流区无需设置温度边界条件。同样, 油膜出口和两侧也不用设置温度边界条件。

在油膜入口的顺流区, 需要设定  $T_f(x_{in}, y, z) = T_0$ 。

平板 A 和椭圆 B 的固体热传导方程分别为

$$c_a \rho_a u_a \frac{\partial T_a}{\partial x} = k_a \frac{\partial^2 T_a}{\partial z^2} \quad (25)$$

$$c_b \rho_b u_b \frac{\partial T_b}{\partial x} = k_b \frac{\partial^2 T_b}{\partial z^2} \quad (26)$$

式中,  $c_a$  ( $c_b$ )、 $\rho_a$  ( $\rho_b$ ) 和  $k_a$  ( $k_b$ ) 分别表示固体 A (B) 的比热容、密度和热传导系数,  $T_a$ 、 $T_b$  分别表示固体 A 和 B 的温度, 与油膜温度  $T_f$  一并通过式(24)-(26)求解。在数值计算中, 此三种温度统一用符号  $T$  来表示, 以方便分析。

对于固体热传导方程, 需要满足以下温度边界条件



$$T_a(x_{in}, y, z) = T_0, T_a(x, y, -h_t) = T_0 \quad (27a)$$

$$T_b(x_{in}, y, z) = T_0, T_b(x, y, h + h_t) = T \quad (27b)$$

185 平板 A、油膜和椭球 B 的界面热流连续条件为

$$k_f \frac{\partial T_f}{\partial z} \bigg|_{z=0} = k_a \frac{\partial T_a}{\partial z} \bigg|_{z=0} \quad (28a)$$

$$k_f \frac{\partial T_f}{\partial z} \bigg|_{z=h} = k_b \frac{\partial T_b}{\partial z} \bigg|_{z=h} \quad (28b)$$

具体地, 将平板 A、油膜和椭球 B 的温度当作一个整体, 温度计算域可以写为

$$x_{in} \leq x \leq x_{out}, y_{in} \leq y \leq y_{out} \quad (29a)$$

$$-h_t \leq z \leq h + h_t \quad (29b)$$

## 2 数值计算方法

在热弹流润滑分析中, 需要将润滑控制方程无量纲化, 主要无量纲参数包括: 无量纲坐标  $\bar{x} = x/a$ ,  $\bar{y} = y/b$ ,  $\bar{z} = z/h$ ; 无量纲压力  $\bar{p} = p/p_H$ , Hertz 接触压力  $p_H = 3Q/(2\pi ab)$ ,  $a$ 、 $b$  分别为接触椭圆的短半轴和长半轴长度, 椭圆率  $k = b/a$ ; 无量纲膜厚  $\bar{h} = h/a$ ; 无量纲温度  $\bar{T} = T/T_0$ 。

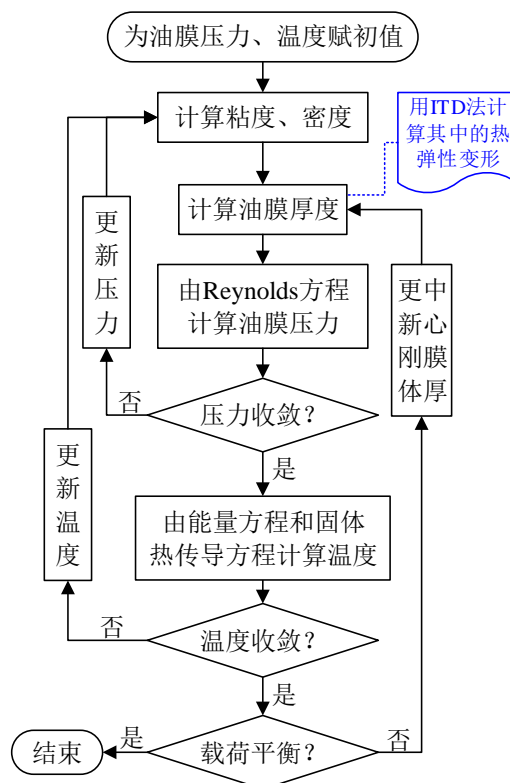


图3 考虑热弹性变形的高速点接触热弹流润滑数值计算流程图

Fig. 3 Numerical calculation flowchart of high-speed point-contact TEHL analysis considering thermo-elastic deformation

200 对控制方程进行无量纲化和离散化之后, 可用逐列扫描的追赶法求解 Reynolds 方程获得油膜压力<sup>[12]</sup>, 用同样的方法求解油膜能量方程和固体热传导方程获得温度, 用 DC-FFT

方法求解综合弹性变形, 用新提出的 ITD 法求解热弹性变形。数值计算中, 计算区域取为  $-4.5 \leq \bar{x} \leq 1.5$ ,  $-1.8 \leq \bar{y} \leq 1.8$ , 此计算域足以避免数值乏油<sup>[13]</sup>。过于稀疏的网格数将使热弹流润滑性能的求解不准确, 而过于密集的网格数将耗费计算时间。在本研究中,  $x$  方向的网格数  $NX=128$ ,  $y$  方向的网格数  $NY=512$ , 这样的网格设置将使得  $x$  和  $y$  方向的网格步长相近, 有利于程序的快速和准确求解<sup>[14]</sup>。油膜内部  $z$  方向的网格数为  $NZ=10$  (均匀网格), 平板 A 和椭圆 B 内部网格数为  $NZA=NZB=6$ 。两接触固体内部采用非均匀网格系统, 从固液交界面深入到固体内部, 网格间距为等比数列, 公比为 2, 起始网格间距为  $0.05a$ , 由此可以计算得到  $h_t=3.15a$ 。

考虑热弹性变形的点接触热弹流润滑数值计算流程如图 3, 具体计算流程描述如下:

- ① 根据式(22)和(20)计算润滑剂粘度和密度;
- ② 根据式(3)计算油膜厚度, 其中热弹性变形采用 ITD 法求解;
- ③ 求解 Reynolds 方程(1)获得油膜压力, 并根据以下收敛准则判断油膜压力是否收敛

$$\frac{\sum_{i=0}^{NX} \sum_{j=0}^{NY} |\bar{p}_{i,j}^{new} - \bar{p}_{i,j}^{old}|}{\sum_{i=0}^{NX} \sum_{j=0}^{NY} \bar{p}_{i,j}^{old}} \leq \varepsilon_p \quad (30)$$

式中, 上标“new”表示本次迭代值, “old”表示前一次迭代值,  $\varepsilon_p$  为压力收敛精度, 取  $1.0 \times 10^{-4}$ 。若压力收敛则根据油膜能量方程(24)、固体热传导方程(25)和(26)计算温度场; 否则, 用  $0.01 \sim 0.5$  的压力松弛因子更新压力后返回第①步继续迭代;

- ④ 根据以下收敛准则判断温度是否收敛

$$\frac{\sum_{i=0}^{NX} \sum_{j=0}^{NY} \sum_{k=-NZ}^{NZ+NZB} |\bar{T}_{i,j,k}^{new} - \bar{T}_{i,j,k}^{old}|}{\sum_{i=0}^{NX} \sum_{j=0}^{NY} \sum_{k=-NZ}^{NZ+NZB} \bar{T}_{i,j,k}^{old}} \leq \varepsilon_T \quad (31)$$

式中,  $\varepsilon_T$  为温度收敛精度, 取  $1.0 \times 10^{-5}$ 。若收敛则根据压力积分计算载荷; 否则, 用  $0.05$  的温度松弛因子更新温度后返回第①步继续迭代;

- ⑤ 根据以下收敛准则判断载荷是否平衡

$$|\bar{Q}_T / \bar{Q}_R - 1| \leq \varepsilon_Q \quad (32)$$

式中,  $\bar{Q}_T$  为通过压力积分计算得到的油膜承载力,  $\bar{Q}_R$  为无量纲外载荷 ( $\bar{Q}_R = 2\pi/3$ ),  $\varepsilon_Q$  为载荷收敛精度, 取  $1.0 \times 10^{-3}$ 。若油膜承载力与无量纲外载荷平衡, 则结束全部计算, 输出计算结果; 否则, 用  $0.001 \sim 0.005$  的载荷松弛因子更新式(3)中的刚体中心膜厚, 继续返回第②步迭代计算。

### 3 模型校核

#### 3.1 ITD 法验证

根据式(9)可知, 最直接的求解表面热弹性变形的的方法是离散累加法, 也即



$$g(x_i, y_j) = \frac{\lambda(1+\nu)}{\pi} \sum_{s=0}^{NX} \sum_{t=0}^{NY} \sum_{k=0}^{NL} \frac{\Delta x \Delta y \Delta z_k \cdot k \Delta z_k \cdot \Delta T(s, t, k)}{\{[(i-s)\Delta x]^2 + [(j-t)\Delta y]^2 + (k\Delta z_k)^2\}^{3/2}} \quad (33)$$

该方法通过简单的累加运算来实现，其正确性可以得到保证。为验证本文提出的 ITD 法的正确性，将离散累加法得到的表面热弹性变形与 ITD 法得到的表面热弹性变形结果进行比较。

选择一尺寸为 1 mm×3.6 mm×1 mm ( $x, y, z$  方向)、内部初始温度为 50 °C 的立方体为研究对象。从立方体的顶部到底部，温升从 20 °C 线性衰减至 0 °C，如图 4 所示。材料的线膨胀系数和泊松比分别为  $11.4 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$  和 0.3，网格系统设定为  $NX \times NY \times NL = 128 \times 512 \times 20$ 。

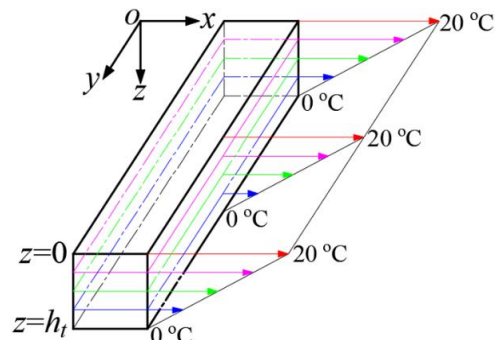


图 4 线性衰减温升模型

Fig. 4 Linearly decaying temperature rise model

顶面温升为 20 °C、材料泊松比为 0.3 时，由上述两种方法计算得到的  $xoy$  表面上的热弹性变形结果如图 5 所示。可以看出，由离散累加法和 ITD 法计算得到的最大表面热弹性变形分别为 0.178612 和 0.178614  $\mu\text{m}$ ，二者相对差仅为 0.00112%。

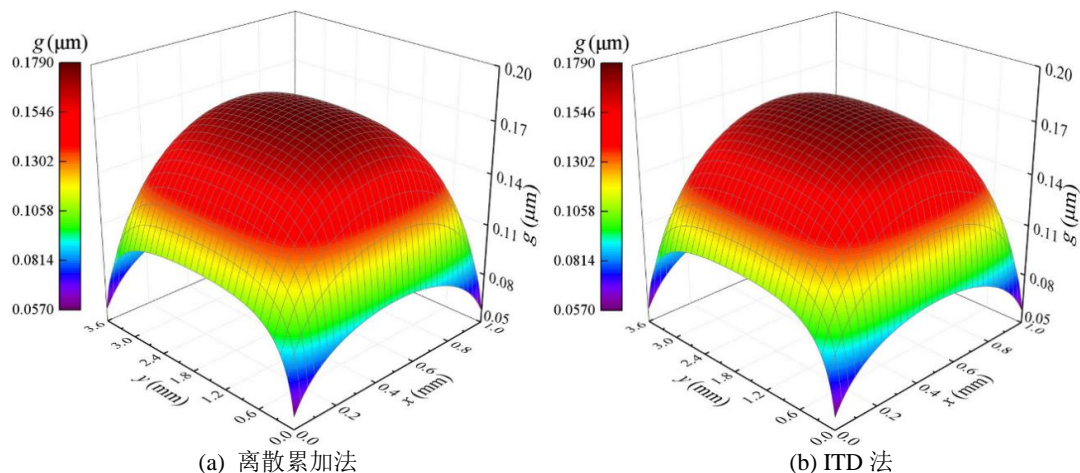


图 5 两种方法计算得到的表面热弹性变形结果对比

Fig. 5 Thermo-elastic deformations calculated by discrete summation method and ITD method

图 6(a)、(b)给出了不同顶面温升（泊松比为 0.3）和不同泊松比（顶面温升为 20 °C）下离散累加法和 ITD 法的计算时间对比。运行配置为：Intel 英特尔酷睿 i5 处理器，CPU 频率 2.39 GHz，内存 8 Gb，64 位操作系统。从图 6(a)可以看出，针对同一种方法，不同顶面温升对计算时间影响甚微，同一顶面温升下，不同计算方法的计算时间相差巨大，离散累加法的平均计算时间为 571.07 s，而 ITD 法的平均计算时间仅为 1.76 s，ITD 法平均节省了 99.69% 的计算时间。同样地，从图 6(b)可以看出，离散累加法的平均计算时间为 564.87 s，而 ITD 法的平均计算时间仅为 1.76 s，ITD 法平均节省了 99.69% 的计算时间。

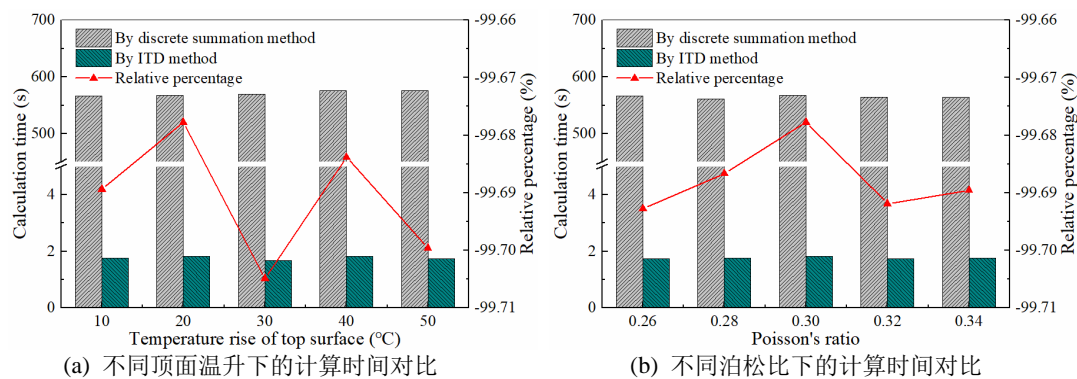


图 6 两种方法的计算时间对比

Fig. 6 Calculation time by discrete summation method and ITD method

可以发现, 离散累加法和 ITD 法得到的表面热弹性变形几乎完全相同, 这表明 ITD 法是正确无误的。同时, ITD 法可以极大地缩短计算时间, 表明所提出的新方法计算效率极高。

### 3.2 实验验证

为验证在点接触非牛顿热弹流润滑分析中考虑热弹性变形的正确性, 使用重庆大学机械传动国家重点实验室购置的 TFM-150 型油膜厚度测试仪 (由天津华海清科机电科技有限公司研制) 进行了球盘接触润滑膜厚测量。该设备依据相对光强原理测量球盘之间单色光 (波长为 610 nm) 光强的相对变化, 进而通过计算得到润滑膜厚值。该设备能够实现载荷从 0 到 100 N、卷吸速度从 0 到 10 m/s、膜厚从 0 到 3000 nm 的润滑膜厚测量, 且测量重复性误差低于 0.5%, 膜厚分辨率高达 0.5 nm, 满足本实验的测量要求。

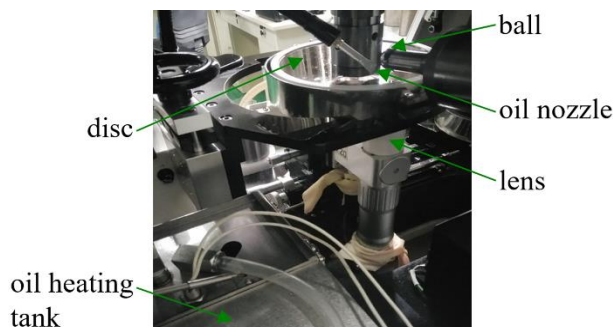


图 7 TFM-150 油膜厚度测试仪

Fig. 7 TFM-150 film thickness measuring apparatus

如图 7 所示, 在实验中测量的是球盘接触区的中心油膜厚度。圆盘由 K9 光学玻璃制成, 球由 GCr15 钢制成 (球直径为 22.225 mm), 其材料和热特性参数见表 1。使用的润滑剂为 4050 合成航空润滑油, 供油温度为 50 °C, 通过油加热池来保持恒定, 表 2 给出了该润滑油的热物性参数。为减小重复性误差, 同一工况下的实验重复进行三次, 结果取三次测量的平均值。由于球盘接触问题是一个圆形接触问题, 故而在本节的数值模拟中, 计算域取为  $-2.5 \leq \bar{x} \leq 1.5$  和  $-2.0 \leq \bar{y} \leq 2.0$ 。x、y 方向的网格数分别取  $NX=256$  和  $NY=128$ , 压力和温度收敛精度均为  $1.0 \times 10^{-4}$ 。

表 1 盘和球的材料属性

Tab. 1 Properties of disc and ball

参数	取值
盘和球的弹性模量, $E_a, E_b$ (Pa)	81E9, 207E9
盘和球的泊松比, $\nu_a, \nu_b$	0.208, 0.29
盘和球的密度, $\rho_a, \rho_b$ (kg/m <sup>3</sup> )	2510, 7810

盘和球的比热容, $c_a, c_b$ (J/kg/°C)	840, 533
盘和球的导热率, $k_a, k_b$ (W/m/°C)	1.11, 40.11

表 2 4050 合成航空润滑油特性  
Tab. 2 Properties of 4050 synthetic aviation lubricant

参数	取值	参数	取值
环境粘度, $\eta_0$ (Pa·s)	0.0165	粘压系数, $\alpha_f$ (Pa <sup>-1</sup> )	1.88E-8
环境密度, $\rho_0$ (kg/m <sup>3</sup> )	971.2	粘温系数, $\beta_f$ (°C <sup>-1</sup> )	0.035
比热容, $c_f$ (J/kg/°C)	1910	特征剪应力, $\tau_0$ (MPa)	10
导热率, $k_f$ (W/m/°C)	0.152	供油温度, $T_0$ (°C)	50

图 8 比较了载荷为 30 和 60 N 时 ( $s=0.3$ ), 在不同卷吸速度下, 实验测量和数值模拟得到的中心膜厚。可以看出, 中心膜厚随卷吸速度增大而增大, 这是由润滑膜的流体动压效应增强所致。更重要的是, 考虑热弹性变形后的中心膜厚与实验结果十分接近, 这表明在点接触非牛顿热弹流润滑分析中考虑热弹性变形是合理的。在具体数值方面, 载荷为 30 N 时, 考虑热弹性变形时的中心膜厚与实验结果之间的最大误差为 7.77% (平均误差为 4.30%), 载荷为 60 N 时, 考虑热弹性变形时的中心膜厚与实验结果之间的最大误差为 7.13% (平均误差为 3.82%)。仿真与实验结果之间的微小差异可能是由于润滑油管路中的杂质以及球盘磨损磨屑造成的, 这些杂质和磨屑将引起润滑油折射率的微小变化, 从而导致实测中心膜厚高于仿真结果。

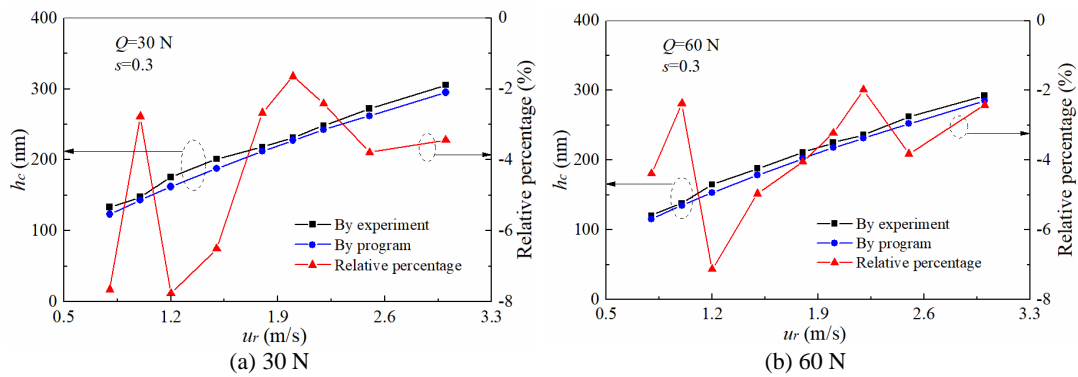


图 8 不同卷吸速度下的实验和程序中心膜厚对比  
Fig. 8 Comparison of central film thickness by experiment and program at varied entrainment velocity

#### 4 结果与讨论

基于上述热弹流润滑模型, 研究有无热弹性变形条件下工况参数对高速点接触热弹流润滑性能的影响。数值计算中使用的固体 A 和 B 材料分别为 M50 和 40CrNiMoA, 其材料及热物性参数如表 3 所示。使用的润滑油仍为 4050 合成航空润滑油。

表 3 接触固体材料特性  
Tab. 3 Properties of contact solids

参数	取值
固体 A 和 B 弹性模量, $E_a, E_b$ (GPa)	218, 209
固体 A 和 B 泊松比, $\nu_a, \nu_b$	0.296, 0.295
固体 A 和 B 比热, $c_a, c_b$ (J/kg/K)	486, 582.1
固体 A 和 B 导热率, $k_a, k_b$ (W/m/K)	36, 46
固体 A 和 B 密度, $\rho_a, \rho_b$ (kg/m <sup>3</sup> )	7870

在本研究中, 等效曲率半径  $R_x$  和  $R_y$  分别设定为 10 mm 和 159 mm, 接触椭圆的椭圆率  $k$  为 6.0, 该椭圆率与球轴承滚球-套圈挤压接触时形成的椭圆率比较接近。在以下的数值仿真结果中, 如无特殊说明, 载荷  $Q$  设置为 351 N (对应的 Hertz 接触压力  $p_H$  为 1.0 GPa), 卷吸速度  $u_r$  设置为 15 m/s, 滑滚比  $s$  ( $s = (u_a - u_b)/u_r$ ) 设置为 0.1。

#### 4.1 载荷的影响

图 9 给出了不考虑和考虑热弹性变形时, 载荷对油膜厚度的影响结果, 选取的载荷  $Q$  范围为 180~606 N (对应的 Hertz 接触压力  $p_H$  范围为 0.8~1.2 GPa)。图中“TED”指的是“Thermo-elastic deformation”。可以看出, 载荷越大, 膜厚越小, 最小膜厚位置越靠近油膜出口区。考虑热弹性变形后, 中心膜厚和最小膜厚均减小。具体地, 当载荷  $Q$  分别为 180、351 和 606 N 时, 在不考虑热弹性变形情况下, 最小膜厚分别为 0.714、0.672 和 0.632  $\mu\text{m}$ , 在考虑热弹性变形情况下, 最小膜厚分别为 0.709、0.664 和 0.621  $\mu\text{m}$ , 三者分别减小了 0.56%、1.07% 和 1.80%。这是因为考虑表面热弹性变形后, 两接触固体表面向油膜区域膨胀, 对油膜形成挤压, 使油膜厚度减小。此外, 还可以发现, 不考虑热弹性变形时, 油膜轮廓底部平坦, 考虑热弹性变形后, 膜厚曲线向出口位置倾斜, 这正是由综合热弹性变形引起的。图 10 给出了不同载荷下的表面综合热弹性变形。可以发现, 热弹性变形主要发生在接触中心右侧, 这将使得接触中心右侧的油膜厚度减小得更多, 膜厚曲线自然地油膜出口倾斜。

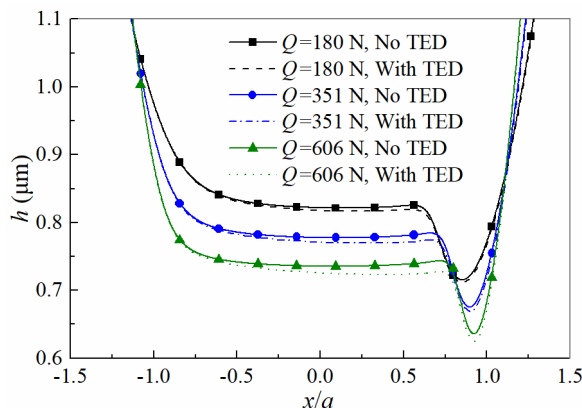


图 9 不同载荷下的油膜厚度

Fig. 9 Film thickness at varied applied load

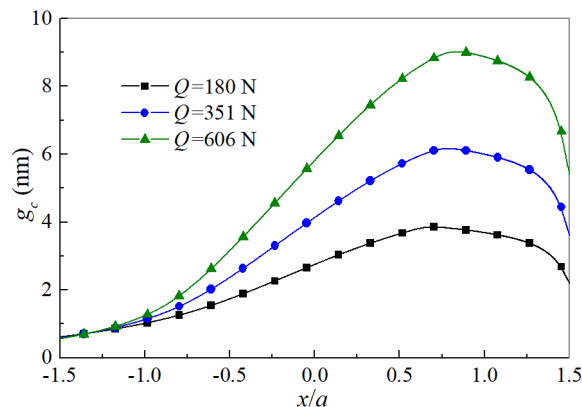


图 10 不同载荷下的表面综合热弹性变形

Fig. 10 Composite thermo-elastic deformation at varied applied load



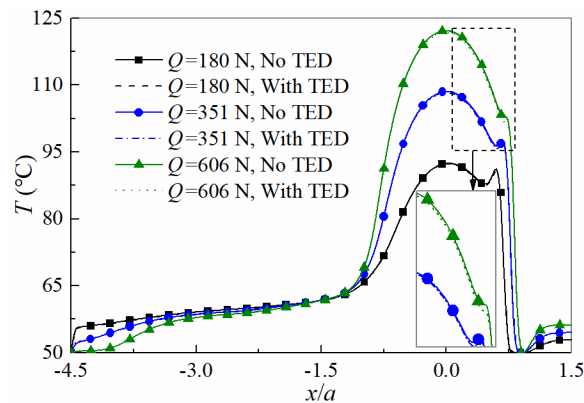
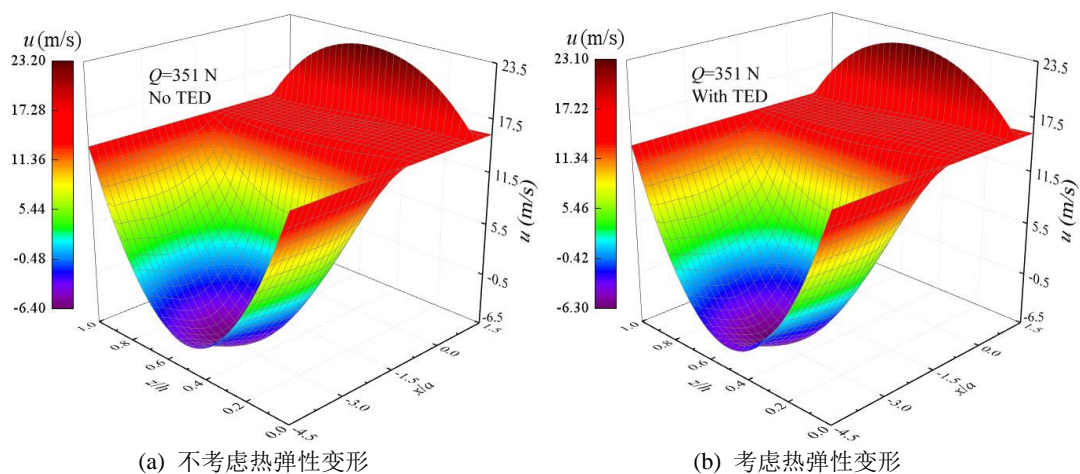


图 11 不同载荷下的中层油膜温度

Fig. 11 Mid-layer film temperature at varied applied load

图 11 给出了不考虑和考虑热弹性变形时, 载荷对中层油膜温度的影响结果。可以看出, 无论考虑热弹性变形与否, 随着载荷的增大, 最大油膜温度均逐渐升高。这是由于载荷越大, 载荷压缩油膜做功越多, 油膜温升越高。此外还可以发现, 考虑热弹性变形后, 中层油膜温度略微减小。此现象可由图 12 所示的油膜速度分布规律予以解释。图 12 给出了载荷为 351 N 时, 不考虑和考虑热弹性变形两种情况下滚动方向油膜速度在  $y$  向中截面上的分布情况。可以看出, 考虑热弹性变形后, 最大油膜速度减小, 最小油膜速度的绝对值也减小, 油膜流速的降低会导致油膜剪切生热量减少, 引起油膜温度减小。此外, 如图 13, 可以发现考虑热弹性变形后, 二次压力峰值略微降低, 油膜压缩做功减少, 这也可以解释油膜温度的下降。



(a) 不考虑热弹性变形

(b) 考虑热弹性变形

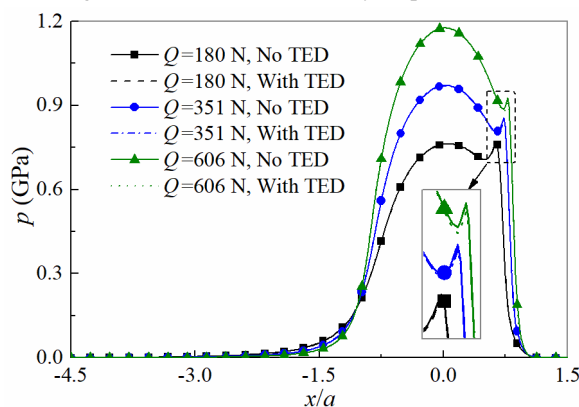
图 12  $y$  向中截面上的滚动方向油膜速度Fig. 12  $x$ -direction fluid velocity on plane  $y/b=0$ 

图 13 不同载荷下的油膜压力

Fig. 13 Film pressure at varied applied load

## 4.2 卷吸速度的影响

图 14 给出了不考虑和考虑热弹性变形时, 卷吸速度对油膜厚度的影响结果, 选取的卷吸速度  $u_r$  范围为 12~18 m/s。可以看出, 卷吸速度越大, 膜厚越大, 膜厚平坦区范围越狭窄。考虑热弹性变形后, 中心膜厚和最小膜厚均减小, 接触中心右侧膜厚减小的程度更大。

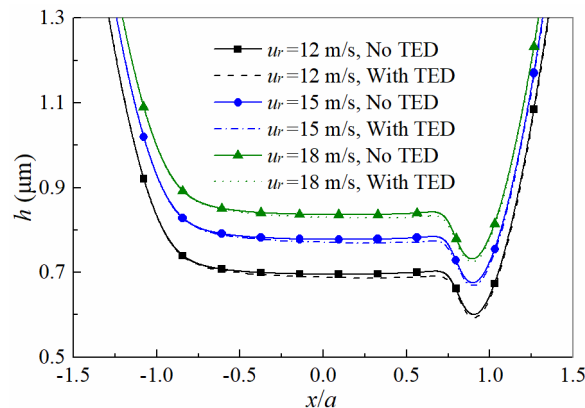


图 14 不同卷吸速度下的油膜厚度

Fig. 14 Film thickness at varied entrainment velocity

图 15 给出了不考虑和考虑热弹性变形时, 卷吸速度对中层油膜温度的影响结果。可以看出, 卷吸速度越大, 油膜温升越显著, 这是由于卷吸速度增大导致油膜剪切热效应增强引起的。考虑热弹性变形后, 中层油膜温度略微减小, 原因是考虑热弹性变形后, 最大油膜速度减小且油膜逆流程度减弱。具体地, 卷吸速度  $u_r$  分别为 12、15 和 18 m/s 时, 不考虑热弹性变形情况下的滚动方向最大油膜速度分别为 18.88、23.18 和 27.33 m/s, 考虑热弹性变形后, 三者分别减小至 18.81、23.06 和 27.22 m/s。

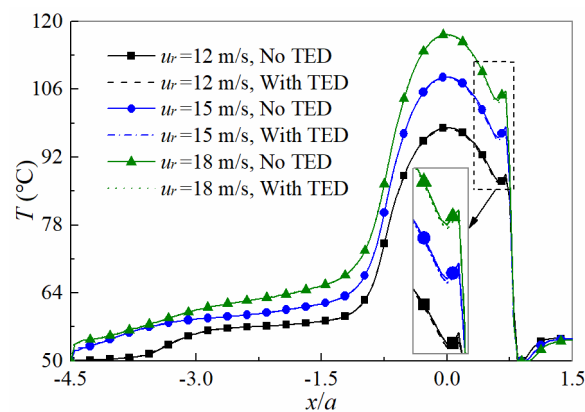


图 15 不同卷吸速度下的中层油膜温度

Fig. 15 Mid-layer film temperature at varied entrainment velocity

## 4.3 滑滚比的影响

图 16 给出了不考虑和考虑热弹性变形时, 滑滚比对油膜厚度的影响结果, 选取的滑滚比  $s$  范围为 0.1~0.5。可以看出, 中心膜厚几乎不受滑滚比影响, 最小膜厚随着滑滚比的增大而减小, 这是由于滑滚比增大时, 润滑油的剪切热效应和剪切稀化效应同时增强, 使润滑剂粘度减小, 从而导致最小膜厚降低, Wang 等<sup>[15]</sup>也发现了这一现象。此外, 考虑热弹性变形后, 中心膜厚和最小膜厚均减小, 三种滑滚比下中心膜厚减小的百分比分别为 0.83%、



1.50%和 2.03%，最小膜厚减小的百分比分别为 1.07%、2.01%和 2.70%。考虑热弹性变形后，滑滚比越大，膜厚曲线向出口位置倾斜越严重，这可以从图 16 给出的滑滚比对表面综合热弹性变形的影响结果曲线中找到解释。由图 17 可知，热弹性变形主要发生在接触中心右侧，且滑滚比越大，热弹性变形越大，自然导致较大滑滚比下的膜厚曲线向出口倾斜越严重。

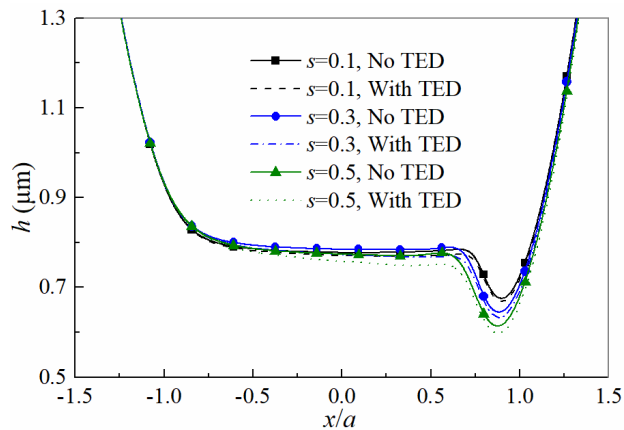


图 16 不同滑滚比下的油膜厚度

Fig. 16 Film thickness at varied slide-roll ratio

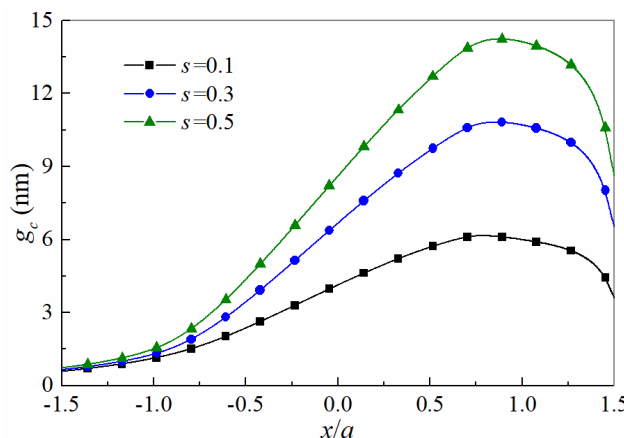


图 17 不同滑滚比下的表面综合热弹性变形

Fig. 17 Composite thermo-elastic deformation at varied slide-roll ratio

图 18 给出了不考虑和考虑热弹性变形时，滑滚比对中层油膜温度的影响结果。发现随着滑滚比的增大，油膜剪切热效应增强，油膜温度上升。此外，可以发现在较小滑滚比下 ( $s=0.1$ )，油膜温度在出口处略微下降后逐渐上升，对于较大滑滚比 ( $s=0.3, 0.5$ ) 工况，此现象消失，这与 Ehret 等<sup>[16]</sup>的发现类似也发现了类似的规律。这是因为滑滚比较小时，润滑剂的剪切热效应较弱，润滑剂温升主要由油膜压缩产生，而在接触区出口位置，压力梯度为负，油膜压缩做负功，伴随而来的是此位置剧烈的温降，这即是 Habchi 和 Vergne<sup>[17]</sup>提及的压缩冷却效应。从接触区出口直至油膜出口，中层油膜温度又逐渐上升，这是由此区域内的油膜剪切热效应引起的。反观较大滑滚比工况，中层油膜温度曲线平滑下降至油膜出口，这是因为滑滚比较大时，油膜剪切热较压缩功效应显著，接触区出口位置的压缩冷却效应不明显。比较不考虑和考虑热弹性变形情况下的温度结果可以看出，考虑热弹性变形后最大油膜温度减小。这是由于考虑油膜热弹性变形后，最大油膜速度减小且油膜逆流程度减弱，油膜剪切生热量减少。

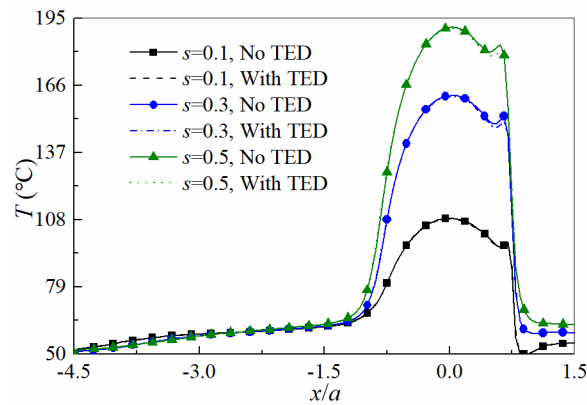


图 18 不同滑滚比下的中层油膜温度

Fig. 18 Mid-layer film temperature at varied slide-roll ratio

## 5 结论

本文建立了考虑热弹性变形的高速点接触非牛顿热弹流润滑模型,对比研究了有无热弹性变形下载荷、卷吸速度和滑滚比对热弹流润滑性能的影响。为此,提出了用于快速计算表面热弹性变形的 ITD 法,采用数值方法验证了新方法的正确性,同时,进行了中心油膜厚度测量实验,验证了考虑热弹性变形的正确性。得到的主要结论如下:

- (1) 新提出的 ITD 法可准确快速地计算表面热弹性变形。
- (2) 考虑热弹性变形后,油膜厚度降低,膜厚曲线向油膜出口倾斜。
- (3) 考虑热弹性变形后,二次压力峰处油膜压力略微减小,中层油膜温度略微降低。
- (4) 考虑热弹性变形情况下的中心膜厚与实验结果十分接近,说明在点接触非牛顿热弹流润滑分析中考虑热弹性变形是合理和必要的。

## [参考文献] (References)

- [1] Lee RT, Hsu CH, Kuo WF. Multilevel solution for thermal elastohydrodynamic lubrication of rolling/sliding circular contacts[J]. Tribology International, 1995, 28: 541-552.
- [2] Guo F, Yang P, Wong P L. On the thermal elastohydrodynamic lubrication in opposite sliding circular contacts[J]. Tribology International, 2001, 34:443-452.
- [3] Kim HJ, Ehret P, Dowson D, et al. Thermal elastohydrodynamic analysis of circular contacts, Part 2: Non-Newtonian model[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology, 2001, 215: 353-362.
- [4] 路遵友, 吕延军, 张永芳, 等. 考虑热弹性变形的角接触球轴承微观热弹流分析[J]. 摩擦学学报, 2018, 38(3):299-308.
- [5] 杨俊伟, 于旭东, 王成焄, 等. 考虑活塞热变形的活塞裙部润滑计算分析[J]. 内燃机学报, 2002, 20(4):365-368.
- [6] 王庆生, 刘焜. 考虑热变形和弹性变形的活塞二阶运动数值分析[J]. 合肥工业大学学报: 自然科学版, 2011, 34(6):801-804.
- [7] Liu S B, Wang Q, Harris S J. Surface normal thermoelastic displacement in moving rough contacts[J]. Journal of Tribology, 2003, 125:862-868.
- [8] Wang W Z, Hu Y Z, Wang H, et al. Effect of thermo-elastic deformation on lubricated point contacts[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part J: Journal of Engineering Tribology, 2006, 220:523-534.
- [9] 孟凡明, 张万民. 计入油膜惯性作用椭圆接触弹流润滑性能研究[J]. 摩擦学学报, 2019, 39(5):585-592.
- [10] 王文中. 混合润滑的数值模拟和实验研究[D]. 北京: 清华大学, 2003.
- [11] Venner C H, Lubrecht A A. Multilevel methods in lubrication[M]. Amsterdam: Elsevier Science Publishers, 2000.
- [12] Cui J L, Yang P R, Kaneta M, et al. Numerical study on the interaction of transversely oriented ridges in thermal elastohydrodynamic lubrication point contacts using the Eyring shear-thinning model[J]. Proceedings of

the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology, 2017, 231(1):93-106.

425 [13] Liu X L, Jiang M, Yang P R, et al. Non-Newtonian thermal analyses of point EHL contacts using the Eyring model[J]. Journal of Tribology, 2005, 127:70-81.

[14] Kaneta M, Cui J L, Yang P R, et al. Influence of thermal conductivity of contact bodies on perturbed film caused by a ridge and groove in point EHL contacts[J]. Tribology International, 2016, 100:84-98.

430 [15] Wang X P, Liu Y C, Zhu D. Numerical solution of mixed thermal elastohydrodynamic lubrication in point contacts with three-dimensional surface roughness[J]. Journal of Tribology, 2017, 139(1):011501.

[16] Ehret P, Dowson D, Taylor C M. Thermal effects in elliptical contacts with spin conditions[J]. Tribology Series, 1999, 36:685-703.

435 [17] Habchi W, Vergne P. On the compressive heating/cooling mechanism in thermal elastohydrodynamic lubricated contacts[J]. Tribology International, 2015, 88:143-152.