

基于余弦函数的部分响应 CPM 信号优化方法研究

贾佩松, 薛伟, 王晓琴

(哈尔滨工程大学信息与通信工程学院, 哈尔滨 150001)

摘要: 连续相位调制(Continuous Phase Modulation, CPM)信号具有高频带利用率、低带外能量辐射、相位连续、恒包络等优点, 所以在通信系统中得到了广泛的应用。针对 CPM 系统的特性, 本文研究了基于余弦函数建模对部分响应 CPM 信号基带码元进行优化, 并通过人为引入码间干扰提高最优化能量谱信号的方法, 实现了部分响应 CPM 信号的基带码元优化。应用 MATLAB 软件绘制了基带信号的相位变化轨迹及归一化功率谱, 结果表明: 所得信号的频谱特性具有较大的改善, 达到了预期的目标。

关键词: 连续相位调制; 余弦函数; 码间干扰; 频谱特性

中图分类号: TN911

Optimization method research of partial response CPM signal based on cosine function

Jia Peisong, Xue Wei, Wang Xiaoqin

(College of Information and Communication Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001)

Abstract: Continuous Phase Modulation (CPM) is widely used in communication system due to its advantages of higher bandwidth efficiency, smaller out-of-band radiation, continuous phase and constant envelope. In allusion to the characteristics of CPM system, this paper studied baseband element optimization of partial response CPM signal based on cosine function. By the method of artificially introducing ISI to improve the optimized energy spectrum signal, the baseband element optimization of partial response CPM signal had been realized. In this paper, MATLAB software was used to plot the phase trajectory and normalization power spectrum of baseband signal. And the results showed that the spectrum characteristics had been greatly improved to achieve the desired goal.

Key words: Continuous Phase Modulation (CPM); cosine function; Inter Symbol Interference (ISI); spectral characteristic

0 引言

传统的 FSK 以及 PSK 等基础调制方式, 通常存在调制相位不平滑的情况, 导致相位突变问题。连续相位调制(Continuous Phase Modulation, CPM)由于比传统的调制方法具有带外辐射更小, 抗干扰能力更强以及较高的频谱利用率^[1], 可以有效避免这种现象发生。

CPM 信号最早是在 1981 年 T.Aulin 等人提出的, 其研究成果为 CPM 研究打造了理论基础^[1]。随后, 世界各国慢慢开放了对于 CPM 信号的探索研究^[2], 主要针对 CPM 信号的接收端的同步技术和检测技术的研究有了较多的理论收获。Doelz 和 Heald 发明了 MSK, 并在 1961 年申请了美国国家专利^[3]。Marc Moeneclaey 等人在 1992 年提出了基于 ML 算法的 CPM

作者简介: 贾佩松 (1994), 男, 硕士研究生, 主要研究方向: 电子与通信工程

通信联系人: 薛伟(1970), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究水下及地下无线通信技术, 通信信号检测与识别技术等. E-mail: xuewei@hrbeu.edu.cn

信号的前馈同步算法，并取得了一定的同步效果^[4]。Martin Oerder 等人在 1988 年提出了一种基于数字傅里叶变换的同步方法，本质一种基于非线性滤波的同步方法，其同步估计精度较高^[5]。在 1999 年，M.Morelli 提出了一种改进方法，即通过对非线性滤波改进为对数非线性滤波方法，获得了更高的 CPM 信号同步估计精度^[6]。北京理工大学电子工程系的杨运甫等提出基于直接分解法的 GMSK 正交调制信号产生方法^[7]，详细分析了单个脉冲信号的高斯滤波器响应的积分暂态相位轨迹和稳态相位轨迹这两部分的组成规律^[8]。独特之处加入串并转换。

本文对 CPM 信号相位变化轨迹的平滑方法进行了深入探讨，并用 Matlab 进行了调制解调的实现。通过余弦函数模型建模，对部分响应 CPM 信号的频率调制函数及相位调制函数进行优化，目的是为了进一步改善 CPM 信号的频谱特性。

1 连续相位调制

假设不限定调制脉冲信号 $g(t)$ ，其幅度大小为 $0.5T$ ，持续时间为 T ，那么 CPM 基带信号可以表示为：

$$s(t, a) = \sqrt{\frac{2E_s}{T}} e^{j[\phi(t-\tau, a) + \theta]} \quad (1)$$

在通过高斯白噪声信道之后，接收信号可以表示为：

$$r(t) = e^{j(2\pi\nu t + \theta)} \sqrt{\frac{2E_s}{T}} e^{j\phi(t-\tau, a)} + n(t) \quad (2)$$

公式(1)和公式(2)中，变量 E_s 表示的是信号每个码元的能量；变量 ν 表示的是载波频率；变量 τ 表示的是信号的时延；变量 θ 表示的是信号的相移；变量 $n(t)$ 为高斯白噪声；瞬时相位信息的表达式为：

$$\phi(t, a) = 2\pi h \sum_{i=-\infty}^n a_i q(t - iT), nT \leq t \leq (n+1)T \quad (3)$$

其中，变量 a_i 表示的是 M 进制符号；变量 h 表示的是调制指数；本文讨论的内容是针对 $h=0.5$ 的情况下进行的，变量 $q(t)$ 为相位调制函数，它与频率调制函数 $g(t)$ 的关系如下所示：

$$q(t) = \int_0^t g(\tau) d\tau \quad (4)$$

在 CPM 调制信号中，调制脉冲信号 $g(t)$ 有多种形式，包括矩形脉冲调制信号、高斯最小频移键控脉冲调制信号和升余弦脉冲调制信号等，本研究旨在实现基于余弦函数模型的部分响应 CPM 基带信号优化。

2 基于余弦函数的部分响应 CPM 信号优化分析

以余弦函数的优化为例进行分析，其中频率调制函数和相位调制函数满足关系：

$$\int_0^{T_b} g_f(t) dt = \frac{1}{2} \quad (5)$$

$$\varphi(t) = 2\pi h \int g_f(t) dt \quad (6)$$

取余弦调制函数为 $g(t)$ ，相位调制函数为 $\varphi(t)$ 。

70 下面同样在不同码元宽度 T_b 取值的情况下，对 $n=3, n=5, n=7$ 三种阶数的频率调制函数和相位调制函数特性进行讨论分析。

2.1 码元宽度为 $2T$ 时的时频特性分析

对于部分响应 CPM 系统，以频率调制函数码元持续时间 $2T$ ，此时相位调制函数的码间干扰为 T ，选取的频率调制信号的表达式为：

$$g_1(t) = \begin{cases} K \cos^n(\pi t / 2T) & -T \leq t \leq T \\ 0 & t < -T, t > T \end{cases} \quad (7)$$

75 相较于无码间干扰下选取的基带码元，选取式(7)有码间干扰的基带码元信号的原因有如下两个：

①根据信号时频对应关系可知：单个频率调制信号的持续长度比传统无码间干扰调制信号的时间长度增加了一倍，它的带外能量辐射更小，在减小信号对相邻信道的干扰之余还可以提高信号频谱效率。

80 ②码间干扰都会增加系统误码率，无论是人为引入的还是由于系统或信道自身的^[9]。不过，依据奈奎斯特第二准则，人为干预码间干扰长度（即在一些指定的码元的抽样点控制码间干扰，并阻止码间干扰出现在其余码元的抽样点）从而减弱码间干扰的影响，可以在提高频带利用率的同时，又可保证系统可靠性^[9]。

85 由相位调制函数与频率调制函数之间的关系，可得出它的相位调制函数，下面给出详细的运算过程和结果。

(1) $n=3$ 时， $\cos^3(\frac{\pi t}{2T})$ 作为频率调制函数，应满足 $\int_{-T}^T K \cos^3(\frac{\pi t}{2T}) dt = \frac{1}{2}$ ，此时

$K = \frac{3\pi}{16T}$ ，所以此时其频率调制函数和相位调制函数分别为

$$g_1(t) = \frac{3\pi}{16T} \cos^3\left(\frac{\pi t}{2T}\right) \quad (8)$$

$$\varphi_1(t) = -\frac{\pi}{8} \sin^3\left(\frac{\pi t}{2T}\right) + \frac{3\pi}{8} \sin\left(\frac{\pi t}{2T}\right) + \frac{\pi}{4} \quad (9)$$

90 (2) $n=5$ 时， $\cos^5(\frac{\pi t}{2T})$ 作为频率调制函数，应满足 $\int_{-T}^T K \cos^5(\frac{\pi t}{2T}) dt = \frac{1}{2}$ ，此时 $K = \frac{15\pi}{64T}$ ，

所以此时其频率调制函数和相位调制函数分别为

$$g_2(t) = \frac{15\pi}{64T} \cos^5\left(\frac{\pi t}{2T}\right) \quad (10)$$

$$\varphi_2(t) = \frac{3\pi}{32} \sin^5\left(\frac{\pi t}{2T}\right) - \frac{5\pi}{16} \sin^3\left(\frac{\pi t}{2T}\right) + \frac{15\pi}{32} \sin\left(\frac{\pi t}{2T}\right) + \frac{\pi}{4} \quad (11)$$

(3)n=7 时, $\cos^7(\frac{\pi t}{2T})$ 作为频率调制函数, 应满足 $\int_{-T}^T K \cos^7(\frac{\pi t}{2T}) dt = \frac{1}{2}$, $K = \frac{35\pi}{128T}$,

95 所以此时其频率调制函数和相位调制函数分别为

$$g_3(t) = \frac{35\pi}{128T} \cos^7(\frac{\pi t}{2T}) \quad (12)$$

$$\varphi_3(t) = -\frac{5\pi}{64} \sin^7(\frac{\pi t}{2T}) + \frac{21\pi}{64} \sin^5(\frac{\pi t}{2T}) - \frac{35\pi}{64} \sin^3(\frac{\pi t}{2T}) + \frac{35\pi}{64} \sin(\frac{\pi t}{2T}) + \frac{\pi}{4} \quad (13)$$

综上所述, 当频率调制函数长度为 $2T$ 且 n 分别取 3、5、7 时, 根据前面求出的表达式, 为了方便分析, 将频率调制函数、相位调制函数和部分响应 CPM 信号的功率谱密度曲线如图 1、图 2 和图 3 所示。

100

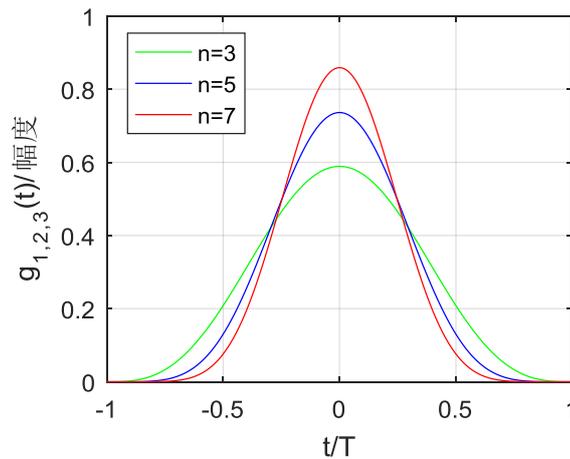


图 1 $T_b=2T$, $n=3、5、7$ 的频率调制函数

Fig. 1 $T_b=2T$, $n=3、5、7$
Frequency modulation function

105

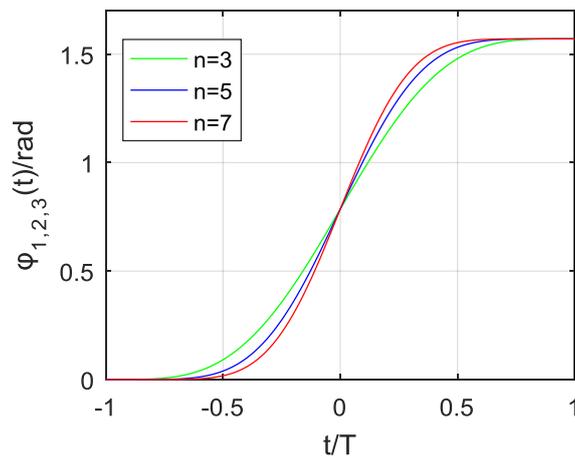


图 2 $T_b=2T$, $n=3、5、7$ 的相位调制函数

Fig. 2 $T_b=2T$, $n=3、5、7$
Phase modulation function

110

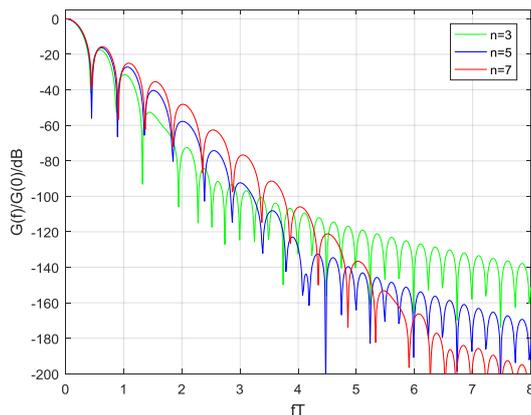


图3 n=3,n=5,n=7 的归一化功率谱

Fig. 3 n=3,n=5,n=7 Normalized power spectrum

115

绘出信号的相位调制函数，相位变化轨迹的图形进行比较分析。图 1 中曲线分别表示 n=3、5、7 时的频率调制函数，由图可以看出随着幂次的增加，其频率调制函数变化更为平缓。图 2 中曲线分别表示 n=3、5、7 时的相位变化轨迹，由图可以看出随着幂次的增加，相位函数曲线变化更为缓慢，其相位变化轨迹更为平滑了。在 -T 和 T 处满足高阶连续，因此将会有更好的频谱特性。

2.2 码元宽度为 4T 时的时频特性分析

120

加大频率调制信号的时间长度，把时间长度定为 4T，相位调制函数的码间干扰长度为 2T。

(1) n=3 时， $\cos^3(\frac{\pi t}{4T})$ 作为频率调制函数，应满足 $\int_{-2T}^{2T} K \cos^3(\frac{\pi t}{4T}) dt = \frac{1}{2}$ ，此时 $K = \frac{3\pi}{32T}$ ，所以此时其频率调制函数和相位调制函数分别为(14)和(15)所示。

$$g_4(t) = \frac{3\pi}{32T} \cos^3\left(\frac{\pi t}{4T}\right) \tag{14}$$

125

$$\varphi_4(t) = -\frac{\pi}{8} \sin^3\left(\frac{\pi t}{4T}\right) + \frac{3\pi}{8} \sin\left(\frac{\pi t}{4T}\right) + \frac{\pi}{4} \tag{15}$$

(2)n=5 时， $\cos^5(\frac{\pi t}{4T})$ 作为频率调制函数，应满足 $\int_{-2T}^{2T} K \cos^5(\frac{\pi t}{4T}) dt = \frac{1}{2}$ ，此时 $K = \frac{15\pi}{128T}$ ，所以此时其频率调制函数和相位调制函数分别为(16)和(17)所示。

$$g_5(t) = \frac{15\pi}{128T} \cos^5\left(\frac{\pi t}{4T}\right) \tag{16}$$

$$\varphi_5(t) = \frac{3\pi}{32} \sin^5\left(\frac{\pi t}{4T}\right) - \frac{5\pi}{16} \sin^3\left(\frac{\pi t}{4T}\right) + \frac{15\pi}{32} \sin\left(\frac{\pi t}{4T}\right) + \frac{\pi}{4} \tag{17}$$

130

(3) $n=7$ 时, $\cos^7(\frac{\pi t}{4T})$ 作为频率调制函数, 应满足 $\int_{-2T}^{2T} K \cos^7(\frac{\pi t}{4T}) dt = \frac{1}{2}$, $K = \frac{35\pi}{256T}$,

所以此时其频率调制函数和相位调制函数分别为(18)和(19)所示。

$$g_6(t) = \frac{35\pi}{256T} \cos^7(\frac{\pi t}{4T}) \tag{18}$$

$$\varphi_6(t) = -\frac{5\pi}{64} \sin^7(\frac{\pi t}{4T}) + \frac{21\pi}{64} \sin^5(\frac{\pi t}{4T}) - \frac{35\pi}{64} \sin^3(\frac{\pi t}{4T}) + \frac{35\pi}{64} \sin(\frac{\pi t}{4T}) + \frac{\pi}{4} \tag{19}$$

135

$T_b = 4T$, n 分别取 3、5、7 时, 绘制频率调制函数、相位调制函数和部分响应 CPM 信号的功率谱密度曲线如图 4、图 5 和图 6 所示。

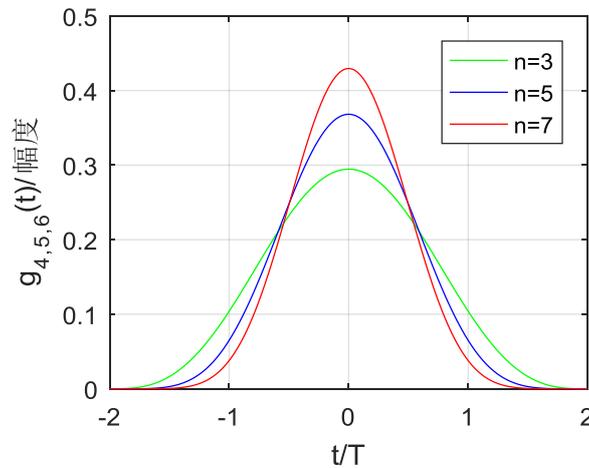


图 4 $4T$ 时 $n=3, n=5, n=7$ 的频率调制函数

Fig. 4 $T_b=4T$, $n=3, 5, 7$
Frequency modulation function

140

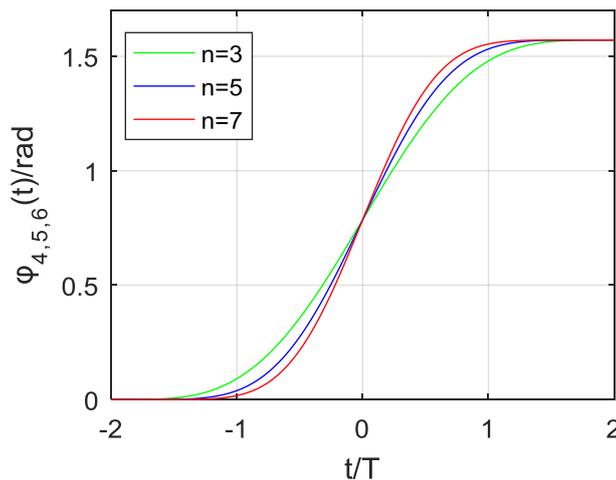


图 5 $4T$ 时 $n=3, n=5, n=7$ 的相位调制函数

Fig. 5 $T_b=4T$, $n=3, 5, 7$
Phase modulation function

145

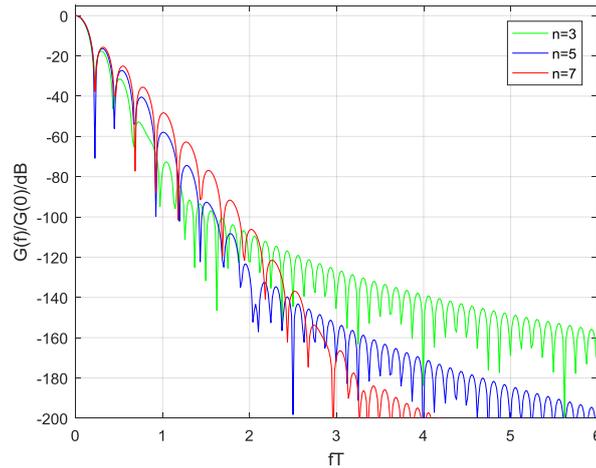


图 6 取 4T 长度时 n=3,4,5 时归一化能量谱对比图

Fig. 6 $T_b=4T, n=3, n=5, n=7$ Normalized power spectrum

由图 5 可以看出，频率调制函数长度为 4T。但其相位调制函数仍然归一于 $\pi/2$ 。

150

2.3 码元宽度为 6T 时的时频特性分析

(1) n=3 时， $\cos^3(\frac{\pi t}{6T})$ 作为频率调制函数，应满足 $\int_{-3T}^{3T} K \cos^3(\frac{\pi t}{6T}) dt = \frac{1}{2}$ ，可求

$K = \frac{\pi}{16T}$ ，所以此时其频率调制函数和相位调制函数分别为(20)和(21)所示。

$$g_7(t) = \frac{\pi}{16T} \cos^3\left(\frac{\pi t}{6T}\right) \quad (20)$$

$$\varphi_7(t) = \frac{\pi}{8} \sin^3\left(\frac{\pi t}{6T}\right) - \frac{3\pi}{8} \sin\left(\frac{\pi t}{6T}\right) + \frac{\pi}{4} \quad (21)$$

155

(2) n=5 时， $\cos^5(\frac{\pi t}{6T})$ 作为频率调制函数，应满足 $\int_{-3T}^{3T} K \cos^5(\frac{\pi t}{6T}) dt = \frac{1}{2}$ ，可求

$K = \frac{5\pi}{64T}$ ，所以此时其频率调制函数和相位调制函数分别为(22)和(23)所示。

$$g_8(t) = \frac{5\pi}{64T} \cos^5\left(\frac{\pi t}{6T}\right) \quad (22)$$

$$\varphi_8(t) = \frac{3\pi}{32} \sin^5\left(\frac{\pi t}{6T}\right) - \frac{10\pi}{32} \sin^3\left(\frac{\pi t}{6T}\right) + \frac{15\pi}{32} \sin\left(\frac{\pi t}{6T}\right) + \frac{\pi}{4} \quad (23)$$

(3) n=7 时， $\cos^7(\frac{\pi t}{6T})$ 作为频率调制函数，应满足 $\int_{-3T}^{3T} K \cos^7(\frac{\pi t}{6T}) dt = \frac{1}{2}$ ， $K = \frac{35\pi}{384T}$ ，

160

所以此时其频率调制函数和相位调制函数分别为(24)和(25)所示。

$$g_9(t) = \frac{35\pi}{384T} \cos^7\left(\frac{\pi t}{6T}\right) \quad (24)$$

$$\varphi_9(t) = -\frac{5\pi}{64} \sin^7\left(\frac{\pi t}{6T}\right) + \frac{21\pi}{64} \sin^5\left(\frac{\pi t}{6T}\right) - \frac{35\pi}{64} \sin^3\left(\frac{\pi t}{6T}\right) + \frac{35\pi}{64} \sin\left(\frac{\pi t}{6T}\right) + \frac{\pi}{4} \quad (25)$$

$T_b = 6T$, n 分别取 3、5、7 时, 绘制频率调制函数和相位调制函数曲线如图 7 和图 8 所示。

165

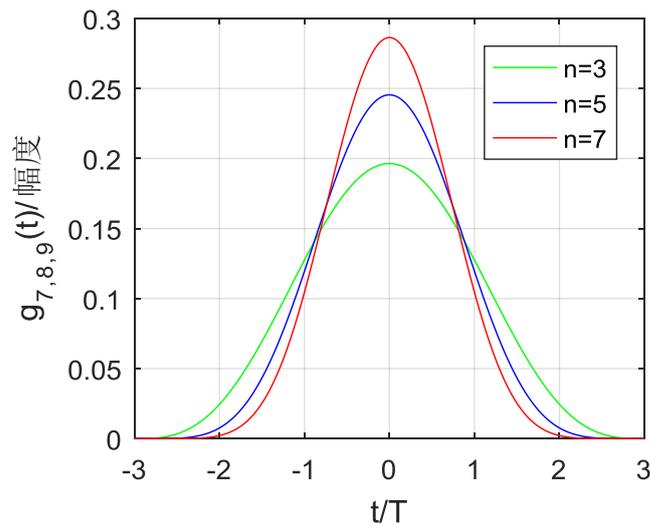


图 7 $6T$ 时 $n=3, n=5, n=7$ 的频率调制函数

Fig. 7 $T_b=6T$, $n=3, 5, 7$

Frequency modulation function

170

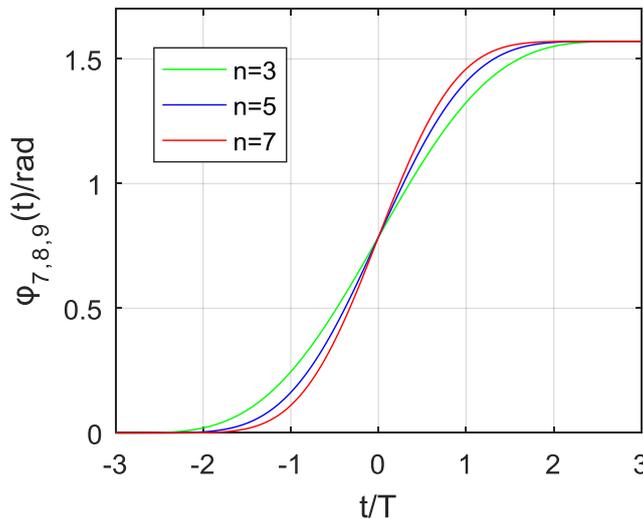


图 8 $6T$ 时 $n=3, n=5, n=7$ 的相位调制函数

Fig. 8 $T_b=6T$, $n=3, 5, 7$

Phase modulation function

175

随着 n 值的变化, 可以得出如下结论: 以 $T_b = 6T$ 时为例, 随着 n 值的增大, 所得的最优化码元信号的频率调制函数的峰值逐渐变大。当 $n=3, 5, 7$ 时, 信号峰值由 $0.19/V$ 逐渐

180

增大到 $0.24/V$ 、 $0.29/V$ 。中间部分变得陡峭，能量也更加集中。而对于优化函数的边缘，信号变得愈加平缓。显然，这更加有利于信号传输的可靠性。因此，适当的提高 n 的取值是有利的。而对于最优化码元信号的相位调制函数来说，随着 n 值的增大，所得的最优化码元信号的相位调制函数变得更加陡峭，边缘平滑地带所占比例也越来越多。通过图 7 和图 8 可以看出这些变化。

分别取 $n=3$ 、 5 、 7 时，做 $T_b=2T$ 、 $4T$ 、 $6T$ 的归一化功率谱密度曲线，如图 9、图 10 和图 11 所示。

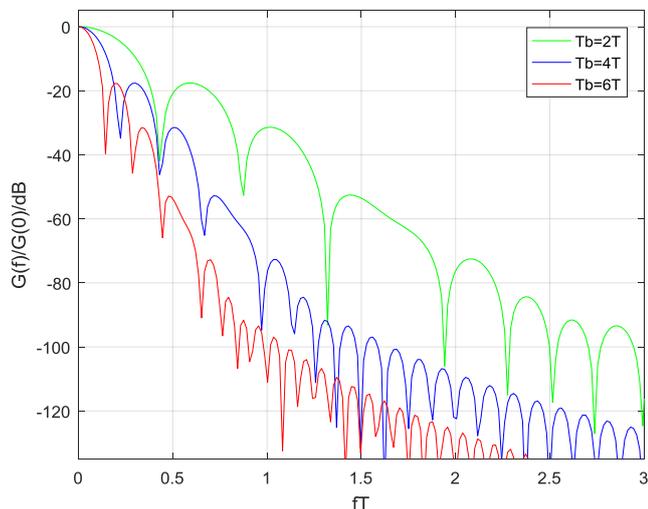


图 9 $n=3$, $T_b=2T$ 、 $4T$ 、 $6T$ 归一化功率谱密度

Fig. 9 $n=3$, $T_b=2T$ 、 $4T$ 、 $6T$

Normalized power spectrum

185

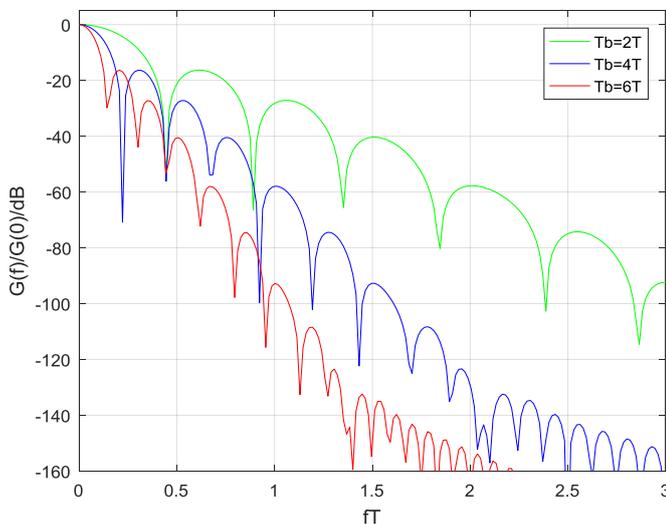
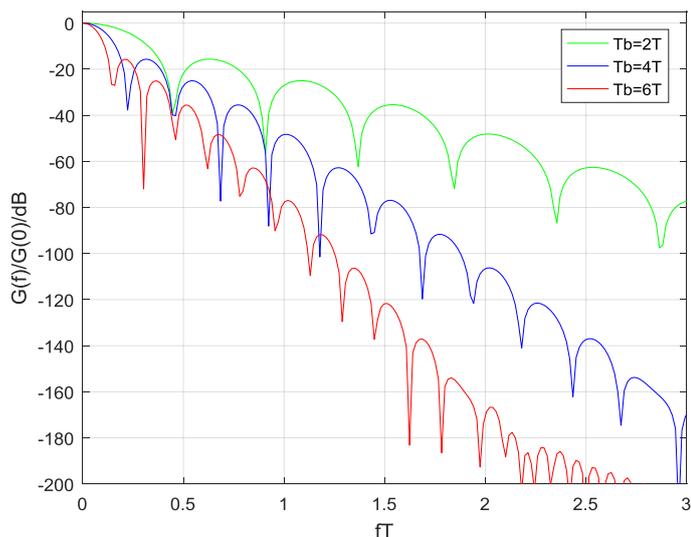


图 10 $n=5$, $T_b=2T$ 、 $4T$ 、 $6T$ 归一化功率谱密度

Fig. 10 $n=5$, $T_b=2T$ 、 $4T$ 、 $6T$

Normalized power spectrum

190

图 11 $n=7$, $T_b=2T$ 、 $4T$ 、 $6T$ 的归一化功率谱密度Fig.11 $n=7$, $T_b=2T$ 、 $4T$ 、 $6T$ Normalized power spectrum

195

通过图 9、图 10、图 11 可以看出，人为引入码间干扰，并用于实现部分响应 CPM 信号基带码元优化，可以使得到的 CPM 信号不但具有恒包络特性，而且具有更加优越的功率谱特性。而且引入码间干扰越大，功率谱特性优越性越明显。

200

3 结论

根据码元信号时间长度与它的频域的对对应关系将单一频率调制信号的时间长度增加，使得它比传统无码间干扰调制信号产生更小带外能量辐射，在减小信号对相邻信道的干扰之余还可以提高信号频谱效率；所以引入了码间干扰之后，适当的提高 n 的取值是有利的，而且展宽 T_b 是有利于加快优化码元信号的带外衰减速度的。通过在一些指定的码元抽样点引入码间干扰再消去可以适当减弱码间干扰的影响，在提高频带利用率的同时，又可保证系统可靠性。仿真结果证明了该方法的可行性。

205

[参考文献] (References)

- [1] 孙锦华.现代调制解调技术[M].西安：西南电子科技大学出版社，2014.
- [2] 王世一.数字信号处理[M].北京：北京理工大学出版社，2016.
- [3] 薛伟，郭黎利，张晓林等.码间干扰和码元互相关特性对信号的影响分析[J].哈尔滨：哈尔滨工程大学学报，2010,01:109-114.
- [4] 王士林.徐友云，蔡云飞.现代数字调制及其应用上恒包络调制[M].北京：电子工业出版社，2015.
- [5] Messai M, Colavolpe G, Amis K, et al. Robust Detection of Binary CPMs With Unknown Modulation Index[J]. IEEE Communications Letters, 2015, 19(3):1-2.
- [6] Piemontese A, Alexander GIA, Colavolpe G. Frequency Packing and Multiuser Detection for CPMs: How to Improve the Spectral Efficiency of DVB-RCS2 Systems[J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2013, 2(1):74-77.
- [7] Linz A, Hendrickson A. Efficient implementation of an I-Q GMSK modulator[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Analog and Digital Processing, 1996, 43(1):14-23.
- [8] 孙建楠.限幅器对基带码元信号的影响分析[M].哈尔滨：哈尔滨工程大学硕士论文，2015.
- [9] 光明辉.基于 CMX589A 的 GMSK 调制解调器的实现研究[M].北京：北京化工大学硕士论文，2008.

210

215

220