

宇宙弦圈方程与暗能量¹

敖犀晨, 奚萍

上海师范大学天体物理中心, 上海 (200234)

E-mail: cufal@shnu.edu.cn

摘要: 本文研究了在带有暗能量组分的宇宙中宇宙弦圈的演化。通过数值计算我们发现, 当弦圈的初始半径足够大时, 它最终进入的不是收缩相而是膨胀相。并且发现态方程参数越小的宇宙模型越容易引发弦圈的膨胀。本文还讨论了现时宇宙中能否观测到膨胀的弦圈, 以及弦圈能否从收缩相转为膨胀相的临界时刻。

关键词: 宇宙弦 暗能量 宇宙学常数 标度因子

中图分类号: P159

1 引言

在规范理论中对称自发破缺可以引起各类拓扑缺陷, 依照它们的维数可以分成畴壁、宇宙弦、单极子、纹理四类^[1]。畴壁的出现一般联系于离散对称性的破缺, 在这种情形下场的真空流形 M 将有数个不连通的分支, 畴壁发生在不同分支空间区域的边界上^[2]。如果真空流形 M 不是单连通的, 或者说 M 含有洞就可能引起宇宙弦的生成^[3]。单极子是类点状缺陷, 它也可以在对称自发破缺的规范模型中得到^[4], 最简单的模型是 $SO(3) \rightarrow U(1)$ 规范理论^[5-6]。纹理是由 3 维球面 S^3 到真空流形 M 的非平庸映射来表征的^[7]。另一方面, 热大爆炸宇宙模型认为在宇宙膨胀过程中, 宇宙温度逐渐下降发生相变而使对称性发生自发破缺, 从而产生各种拓扑缺陷。在各类拓扑缺陷中, 由于宇宙弦能作为宇宙大尺度结构的种子, 受到研究者们大量关注。可以证明在杂优超弦的框架内存在着稳定的宇宙弦^[8]。为了讨论宇宙弦在宇宙中的演化, A.Vilenkin 首先给出了宇宙弦圈方程并研究了他们在闵可夫斯基空间中的演化^[9]。我们将此研究推广到 Friedmann -Robertson-Walker 时空^[10], 并研究了椭圆弦圈的演化^[11]。我们发现在辐射优势宇宙中, 宇宙弦圈必是坍缩的, 以及小半径弦圈的寿命因子为 $\pi/2$ 。

1998 年, 天文学家发现了宇宙的加速膨胀, 这导致了一场宇宙学的革命。人们认为这是因为宇宙中存在一种奇异的负压流体, 是它提供了加速膨胀所需要的排斥力, 并把这种流体定名为暗能量。本文讨论了宇宙弦圈在这种具有暗能量组分的新宇宙模型中是如何演化的。

2. 弦圈方程

膨胀宇宙度规为

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a^2(t) [d\omega^2 + \sigma_k^2(\omega)(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2)]。 \quad (1)$$

其中 $a(t)$ 是宇宙标度因子; 在 $k = 1$ 时, $\sigma_k(\omega) = \sin(\omega)$; 在 $k = 0$ 时, $\sigma_k(\omega) = \omega$; 在 $k = -1$ 时, $\sigma_k(\omega) = \sinh(\omega)$, 弦的作用量泛函为:

$$S' = -\mu \int d\sigma^2 \left[\left(\frac{\partial x}{\partial \sigma^0} \frac{\partial x}{\partial \sigma^1} \right)^2 - \left(\frac{\partial x}{\partial \sigma^0} \right)^2 \left(\frac{\partial x}{\partial \sigma^1} \right)^2 \right]^{1/2}。 \quad (2)$$

为了讨论方便起见, 设弦圈位于超曲面 $\theta = \pi/2$ 上, 世界叶的时空坐标可以被参数化为 $\sigma^0 = t, \sigma^1 = \varphi$, 即 $x = (ct, \omega(t, \varphi), \pi/2, \varphi)$, 在圆圈情形下, $\omega(t, \varphi)$ 独立于 φ , (2) 式约化成:

¹本课题得到教育部博士点基金宇宙结构和演化的数值计算和数值模拟研究 20040270006 资助

$$S = -2\pi\mu \int a(t)\sigma_k(\omega) [c^2 - a^2(t)\dot{\omega}^2]^{1/2} dt. \quad (3)$$

弦圈的物理半径被定义为

$$R_s(t) = a(t)\sigma_k(\omega), \quad (4)$$

由 (3) 和 (4) 式可得弦圈方程

$$\frac{\ddot{R}_s}{R_s} = \frac{\ddot{a}}{a} - \frac{\dot{a}\dot{R}_s}{aR_s} + \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 - \left(\frac{k}{\delta_k^2} - 1\right) \left(\frac{\dot{R}_s}{R_s} - \frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{2a\dot{a}}{c^2\delta_k^2} \left(\frac{\dot{R}_s}{R_s} - \frac{\dot{a}}{a}\right)^3 - \frac{c^2\delta_k^2}{a^2}. \quad (5)$$

其中

$$\delta_k(\omega) = \frac{d\sigma_k(\omega)/d\omega}{\sigma_k(\omega)}, \quad (6)$$

观测事实支持宇宙是空间平坦的, 在 $k=0$ 时 (5) 式约化成

$$\frac{\ddot{R}_s}{R_s} = \frac{\ddot{a}}{a} - \frac{\dot{a}\dot{R}_s}{aR_s} + \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \left(\frac{\dot{R}_s}{R_s} - \frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{2R_s^2\dot{a}}{c^2} \left(\frac{\dot{R}_s}{R_s} - \frac{\dot{a}}{a}\right)^3 - \frac{c^2}{R_s^2}. \quad (7)$$

3. 弦圈演化的数值解

要求解方程 (7) 我们首先得知道 $a(t)$ 的具体形式, 此由 Friedman 方程给出。我们这里考虑的是具有暗能量、辐射和重子物质的暗能量宇宙学模型, 此模型的 Friedman 方程为:

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = H_0^2 \left[\Omega_{DE}^{(0)} \left(\frac{a_0}{a}\right)^{3(1+w_{DE})} + \Omega_M^{(0)} \left(\frac{a_0}{a}\right)^3 + \Omega_R^{(0)} \left(\frac{a_0}{a}\right)^4 \right] \quad (8)$$

其中 $\Omega_M^{(0)}$, $\Omega_R^{(0)}$ 和 $\Omega_{DE}^{(0)}$ 分别表示物质、辐射和暗能量的宇宙学现时值。 w_{DE} 表示暗能量的态方程参数。目前的物质组分的观测值 $\Omega_M^{(0)} = 0.267_{-0.018}^{+0.028}$ 和 $\Omega_R^{(0)} = 5 \times 10^{-5}$ ^[12]。因为观测支持空间平坦, 所以剩下的暗能量的比例为: $\Omega_{DE}^{(0)} = 1 - \Omega_M^{(0)} - \Omega_R^{(0)}$ 。 w_{DE} 目前的观测值为 $w_{DE} = -1.06_{-0.08}^{+0.13}$ ^[13]。选不同的值就代表了不同的暗能量模型。

将 (7) 和 (8) 式无量纲化,

$$\omega \rightarrow \frac{c}{H_0} \omega, \quad t \rightarrow H_0 t \quad (9)$$

方程约化为:

$$\frac{\ddot{R}_s}{R_s} = \frac{\ddot{a}}{a} - \frac{\dot{a}\dot{R}_s}{aR_s} + \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \left(\frac{\dot{R}_s}{R_s} - \frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + 2R_s^2 \frac{\dot{a}}{a} \left(\frac{\dot{R}_s}{R_s} - \frac{\dot{a}}{a}\right)^3 - \frac{1}{R_s^2}, \quad (10)$$

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \Omega_{DE}^{(0)} \left(\frac{a_0}{a}\right)^{3(1+w_{DE})} + \Omega_M^{(0)} \left(\frac{a_0}{a}\right)^3 + \Omega_R^{(0)} \left(\frac{a_0}{a}\right)^4. \quad (11)$$

由于这两个方程都是比较复杂的非线性方程, 找不到解析解, 所以我们只能对此进行数值的处理。这需要我们明确所涉及的定解条件和其他待定的状态参数, 取不同的值会导致不同的结果。方程 (10) 是 2 阶常微分方程, 所以我们需要了解的定解条件是 R_s 的初始半径和其膨胀或收缩的初始速度 \dot{R}_s 以及尺度因子 $a(t)$ 的具体形式。

根据文献^[1], 我们知道弦圈的形成时间为: $t \sim 10^7 s$, 在无量纲形式中 $t \sim 10^{-10}$ 。并且忽略弦圈起始时刻自身的膨胀, 即假设其初始膨胀速度为 $\frac{\dot{R}_s(t_*)}{R_s(t_*)} = \frac{\dot{a}(t_*)}{a(t_*)}$, 仅随哈勃流膨胀。

现在我们对这两个无量纲的方程（10）和（11）进行了数值处理，讨论了不同的初始半径的演化过程，并给出了宇宙弦圈的演化图。

从图 1 中我们可以明显看出，每一个弦圈大体上都会经历两个阶段：对于半径较小的，先缓慢的膨胀，掉入视界后就开始迅速坍缩，并收敛于不同的时刻；对于半径较大的，也是先缓慢的膨胀，但是晚期却是快速的加速膨胀，而且在同一时刻 t_d 发散，即演化曲线以垂直线 $t = t_d$ 为渐近线。由图 2，我们可以更清楚的知道弦圈最后进入膨胀相还是坍缩相是由其初始半径决定的，存在一个临界值²，如果初始半径大于临界值那么最后会进入膨胀相，如果小于临界值那么就进入坍缩相。图 3 则给出了弦圈演化过程与态参数方程之间的关系，可以看出对同一个的宇宙弦圈，态方程参数越小弦圈越晚进入坍缩相，或者说越早进入膨胀相。

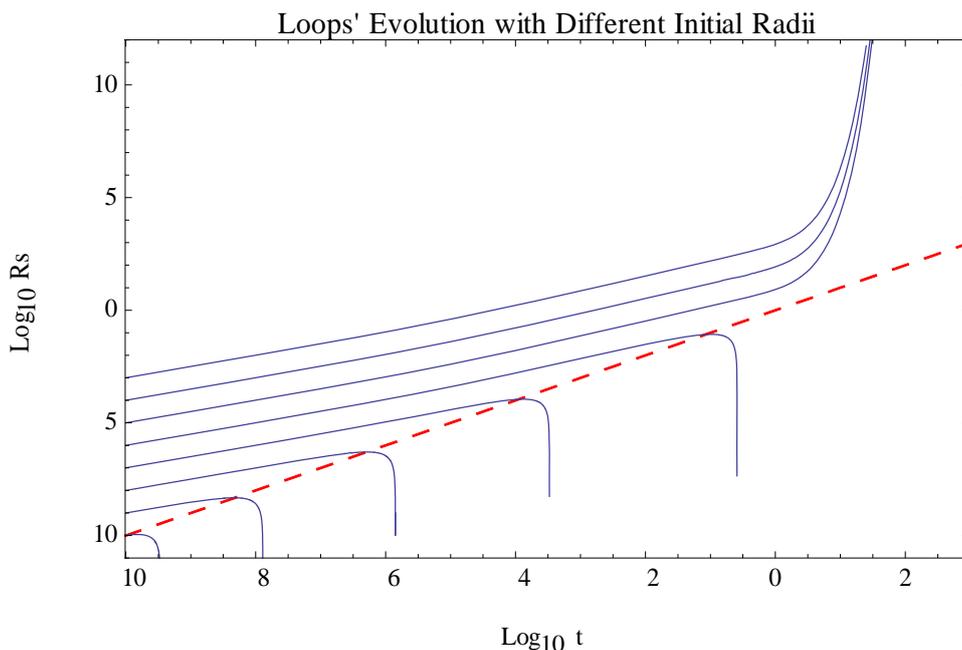


图 1.宇宙常数模型下弦圈半径随时间演化的对数关系图，图中的蓝线表示弦圈半径，红色虚线表示宇宙的粒子视界。图中时间的单位为 $1/H_0$ ，半径的单位为 c/H_0 。这里我们假定弦圈的形成时间为 10^{-10} ，初始半径自上而下分别为 10^{-3} ， 10^{-4} ， 10^{-5} ， 10^{-6} ， 10^{-7} ， 10^{-8} ， 10^{-9} 和 10^{-10} 。

综上所述，我们得到了一个与以往不同的演化过程，弦圈不一定会进入坍缩相，只要半径足够大，它完全可能进入膨胀相。这是因为暗能量提供的斥力大于弦圈自身收缩的张力，所以在暗能量优势时期，弦圈开始加速膨胀。（图 3 很好的证明了这点，态方程参数越小意味着斥力越大，所以导致弦圈更早的进入膨胀相。）

² 从图 2 中看出，临界值在 $10^{-5.7223}$ 和 $10^{-5.7224}$ 之间。

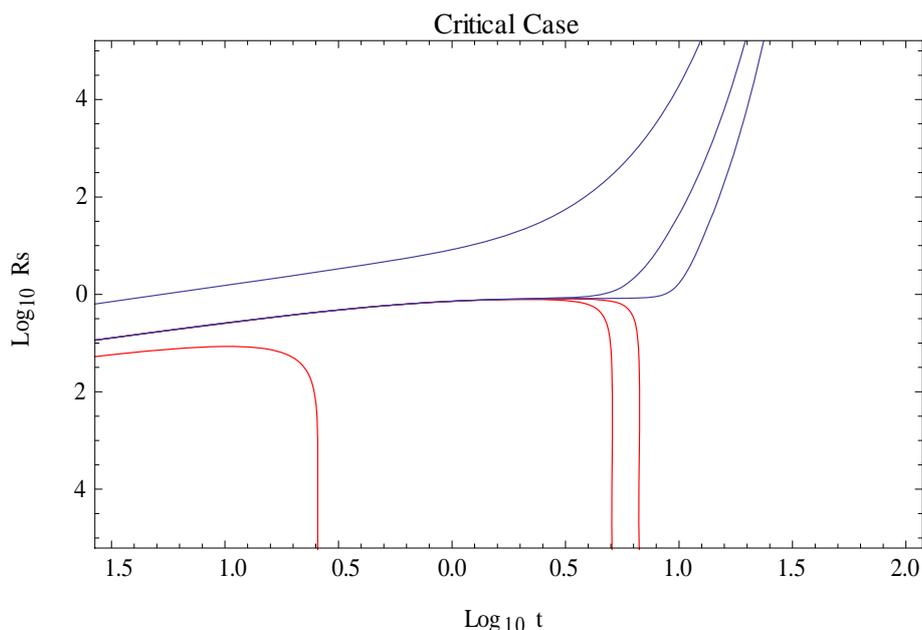


图 2. 给出了图 1 中的临界情况。图中红线代表的弦圈的初始半径自左向右分别为： 10^{-6} , $10^{-5.723}$, $10^{-5.724}$ ；蓝线自左向右分别为： 10^{-5} , $10^{-5.722}$, $10^{-5.723}$ 。绿线代表宇宙的粒子视界。

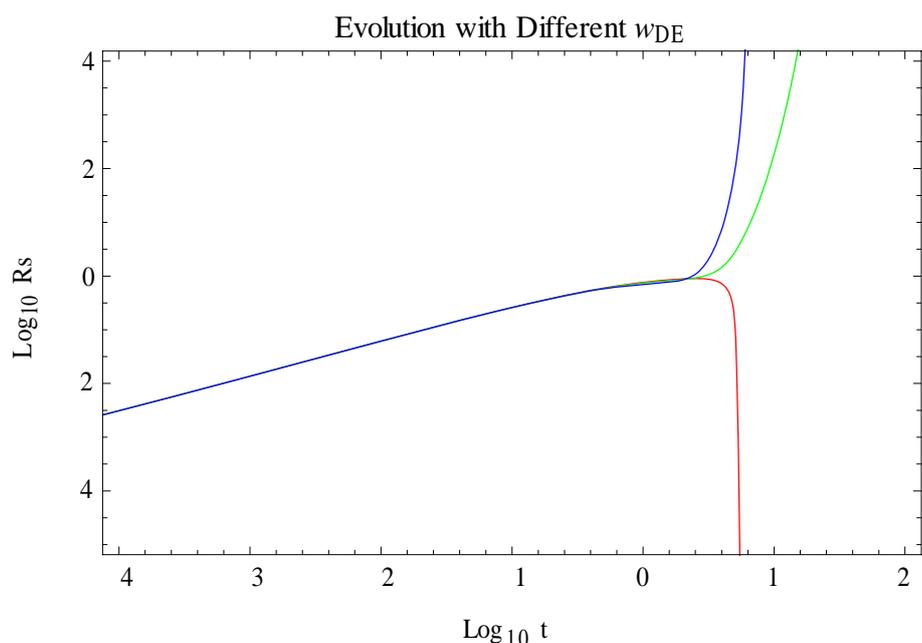


图 3. 这里给出了同一个初始半径的弦圈在不同的态方程参数下演化过程。图中红线： $w_{DE} = -0.93$ ，绿线： $w_{DE} = -1$ ，蓝线： $w_{DE} = -1.14$ 。

图 1 中的红色虚线表示宇宙的粒子视界，即我们所能看到的最远的距离。因此只有当弦圈掉入视界中我们才能通过观测发现。所以根据上面的数值计算的结论，我们可能永远看不到那些半径比较大的弦圈，因为在它们未掉入视界之前它们已经进入膨胀相了。还存在观测可能性的就是那些初始半径比较小的弦圈。但还有这么一些弦圈，虽然最后进入膨胀相，但演化过程中也曾一度进入视界。所以我们观测到这类膨胀的弦圈。下面我们就对能否观测到这类弦圈进行一些讨论。

4. 弦圈演化的解析讨论

在共动坐标系中弦圈的半径是一直是收缩的^[10]，而粒子视界则是以光速在膨胀，所以初始半径大于视界的弦圈必将掉入视界。由前面的数值解我们可知，掉入视界的弦圈将极速坍塌，那么这些处于收缩相的弦圈会否因为有暗能量提供的斥力而再次膨胀呢？我们能否观测到这些由收缩相转为膨胀相的弦圈呢？

由方程（8），我们可以容易的导出：

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{1}{2}H^2 - \frac{3}{2}H_0^2 w_{DE} \Omega_{DE}^{(0)} \left(\frac{a_0}{a}\right)^{3(1+w_{DE})} - \frac{1}{2}H_0^2 \Omega_R^{(0)} \left(\frac{a_0}{a}\right)^4. \quad (12)$$

将（8），（12）式代入（7）式，得到约化的宇宙弦圈方程：

$$\begin{aligned} \frac{\ddot{R}_s}{R_s} = & \frac{1}{2}H^2 - \frac{3}{2}H_0^2 w_{DE} \Omega_{DE}^{(0)} \left(\frac{a_0}{a}\right)^{3(1+w_{DE})} - \frac{1}{2}H_0^2 \Omega_R^{(0)} \left(\frac{a_0}{a}\right)^4 \\ & - H \frac{\dot{R}_s}{R_s} + \left(\frac{\dot{R}_s}{R_s} - H\right)^2 + \frac{2R_s^2 H}{c^2} \left(\frac{\dot{R}_s}{R_s} - H\right)^3 - \frac{c^2}{R_s^2} \end{aligned} \quad (13)$$

从收缩到膨胀的过程弦圈半径 $R_s(t)$ 必定要经过一个极小值，即在该处应该有 $\dot{R}_s = 0$ 且 $\ddot{R}_s > 0$ 。如果这样的极小值点不存在，那么收缩的弦圈不可能转入膨胀相。所以将 $\dot{R}_s = 0$ 代入方程（13），有

$$\frac{\ddot{R}_s}{R_s} = H_0^2 \left[-\frac{3}{2}w_{DE} \Omega_{DE}^{(0)} \left(\frac{a_0}{a}\right)^{3(1+w_{DE})} - \frac{1}{2}\Omega_R^{(0)} \left(\frac{a_0}{a}\right)^4 + \frac{H^2}{H_0^2} \left(\frac{3}{2} - \frac{2R_s^2 H^2}{c^2} - \frac{c^2}{R_s^2 H^2} \right) \right] \quad (14)$$

根据不等式

关系，我们可以得知：

$$\frac{\ddot{R}_s}{R_s} < H_0^2 \left[-\frac{3}{2}w_{DE} \Omega_{DE}^{(0)} \left(\frac{a_0}{a}\right)^{3(1+w_{DE})} - \frac{1}{2}\Omega_R^{(0)} \left(\frac{a_0}{a}\right)^4 + \frac{H^2}{H_0^2} \left(\frac{3}{2} - 2\sqrt{2} \right) \right] \quad (15)$$

如果不等式的右边小于等于0，那么不论 $R_s(t)$ 怎么取值， \ddot{R}_s 都不可能大于0。这样也就不可能有从收缩到膨胀要经过的那个极小值点了，因此处于收缩相的弦圈不能进入膨胀相。所以

（15）式的右边部分可以作为极小值是否存在的一个判据，其临界值的方程为，

$$\left(\frac{3}{2}(1-w_{DE}) - 2\sqrt{2} \right) \Omega_{DE}^{(0)} \left(\frac{a_0}{a}\right)^{3(1+w_{DE})} + (1-2\sqrt{2}) \Omega_R^{(0)} \left(\frac{a_0}{a}\right)^4 + \left(\frac{3}{2} - 2\sqrt{2} \right) \Omega_M^{(0)} \left(\frac{a_0}{a}\right)^3 = 0 \quad (16)$$

这是一个复杂的代数方程，除特殊情况外不存在精确的代数解。下面我们在一些特定条件下对其进行讨论。

首先我们考虑在现时的宇宙。因为 $a = a_0$ 所以方程简化为：

$$1 - \frac{4\sqrt{2}}{3} - \frac{1}{3}\Omega_R^{(0)} - w_{DE} \Omega_{DE}^{(0)} = 0$$

且当 $w_{DE} \geq (1 - \frac{4\sqrt{2}}{3} - \frac{1}{3}\Omega_R^{(0)})/\Omega_{DE}^{(0)}$ 时，（15）式的右边部分就小于等于0，所以对于任意的 $R_s(t)$ ， \ddot{R}_s 都不可能大于0。代入前面所给出的现时的 $\Omega_R^{(0)}$ 和 $\Omega_{DE}^{(0)}$ ，我们得到该临界值 $w_{DE-c}^{(0)} \approx -1.2082$ 。而观测表明 $-1.14 < w_{DE} < -0.93$ ，很明显就目前的观测值，现在的宇宙不可能存在由收缩相变为膨胀相的极小值点。而由Friedman方程（8）易知 $\Omega_{DE}(t)$ 是随时间变化而增大，而 $\Omega_R(t)$ 减小，所以对于先前的宇宙我们有 $\Omega_{DE} < \Omega_{DE}^{(0)}$ ， $\Omega_R > \Omega_R^{(0)}$ ，因此

临界值 $w_{DE-C} < w_{DE-C}^{(0)}$ ，也就更不能有收缩转膨胀的极值点。所以我们得到结论，到现在为止那些已经掉进视界并开始坍缩的弦圈不可能再次进入膨胀相，即现时宇宙中不可能观测到膨胀的宇宙弦圈。

同样，我们还可以考虑将来的宇宙。当 $a \gg a_0$ 时，我们可以忽略质量项和辐射项的贡献，就是所谓的暗能量优势时期，不会出现膨胀相的判别条件简化为：

$$w_{DE} \geq 1 - \frac{4\sqrt{2}}{3} \approx -0.8856。$$

对于观测值 $w_{DE} = -1.06_{-0.08}^{+0.13}$ 小于上面给出的 $1 - \frac{4\sqrt{2}}{3}$ ，所以在那个时期宇宙弦圈即使已经掉入视界开始坍缩也仍有机会进入膨胀相。

对于宇宙常数模型，即 $w_{DE} = -1$ ，(16)式则可以约化为一个4次代数方程，其有精确解

$$\begin{aligned} \frac{a_0}{a} = & -\frac{\alpha}{4} - \frac{1}{2} \left[\frac{\alpha^2}{4} + \left(\frac{128}{3} \right)^{1/3} \beta \gamma^{-1} + 18^{-1/3} \gamma \right]^{1/2} \\ & + \frac{1}{2} \left[\frac{\alpha^2}{2} - \left(\frac{128}{3} \right)^{1/3} \beta \gamma^{-1} - 18^{-1/3} \gamma + \frac{\alpha^3}{4} \left(\frac{\alpha^2}{4} + \left(\frac{128}{3} \right)^{1/3} \beta \gamma^{-1} + 18^{-1/3} \gamma \right)^{-1/2} \right] \end{aligned} \quad (17)$$

其中 $\alpha = \frac{\Omega_M^{(0)}}{14\Omega_R^{(0)}}$ ， $\beta = \frac{\Omega_{DE}^{(0)}}{7\Omega_R^{(0)}}$ 和 $\gamma = \left(9\alpha^2\beta + \sqrt{81\alpha^4\beta^2 - 768\beta^3} \right)^{1/3}$ 。代入观测值，我们得到 $a = 1.4129a_0$ 。当 $a > 1.4129a_0$ 时，收缩的宇宙弦圈才可能再次进入膨胀相。对应的时间为 $t_* = 1.36034H_0$ ，即为 4.89Gyr，计算使用哈勃常数的观测值 $H_0 = 73(km/sec)Mpc^{-1}$ ^[14-15]，这就是能否观测到膨胀弦圈的分界时刻。

而对于其他 $w_{DE} \neq -1$ 情形，我们可以求得近似解

$$a = a_0 \left[\frac{-(9 + 12\sqrt{2})w_{DE} - 23\frac{\Omega_{DE}^{(0)}}{\Omega_M^{(0)}}}{23} \right]^{-\frac{1}{3|w_{DE}|}} \quad (18)$$

最后对方程 (16) 进行数值计算，其结果描述在图 4 之中，区域的上(下)边界对应 $\Omega_M^{(0)}$ 的上限(下限)。

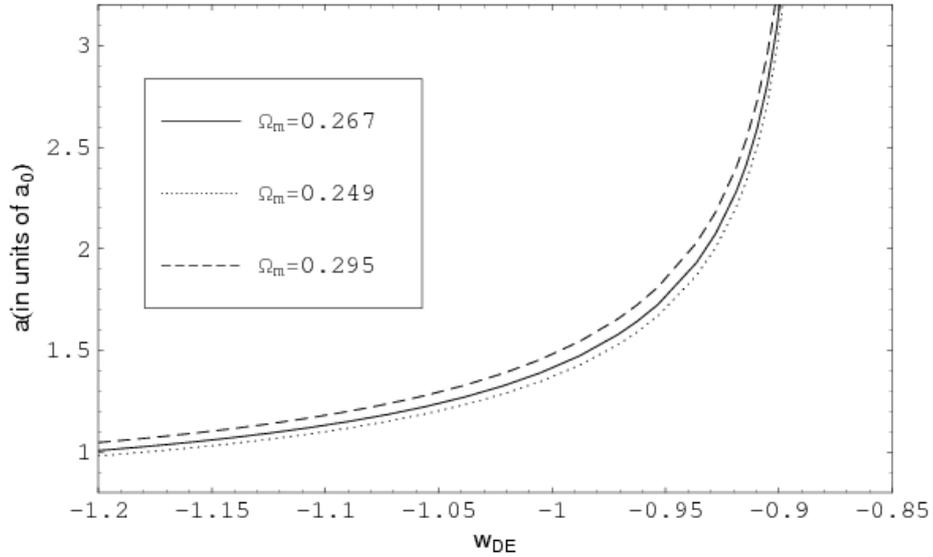


图 4: 图中给出了出现膨胀弦圈相的临界时刻的尺度因子和态方程参数 w_{DE} 的关系。从图中可以看出: 1) 对于现时宇宙存在膨胀宇宙弦圈的态方程参数的上限约为 -1.21 ; 2) 宇宙中永远不出现膨胀宇宙弦圈的态方程参数的下限约为 -0.8856 ; 3) 区域的上边界对应着 $\Omega_M^{(0)}$ 的上限, 区域的下边界对应着 $\Omega_M^{(0)}$ 下限。

5. 结论

本文研究了暗能量宇宙中宇宙弦圈的演化, 得到具体结果如下:

i) 对弦圈的演化进行了数值求解, 并给出了演化图, 发现当初半径足够大时, 弦圈最终会进入膨胀相。并且发现态方程参数越小, 弦圈越容易发生膨胀。

ii) 通过解析讨论, 发现现时宇宙能观测到膨胀的宇宙弦圈的态方程参数上限为

$$w_{DE-C} = (1 - \frac{4\sqrt{2}}{3} - \frac{1}{3}\Omega_R^{(0)})/\Omega_{DE}^{(0)}; \text{ 而宇宙永远不能观测到膨胀宇宙弦圈相的态方程参数}$$

$$\text{下限为 } w_{DE-C} = 1 - \frac{4\sqrt{2}}{3}.$$

iii) 给出了能否观测到膨胀弦圈的分界时刻和态方程参数的数值关系。

iv) 对于宇宙常数模型, 这个分界时刻为 $t_* = 1.36034H_0$

参考文献

- [1] KIBBLE T W B. Topology of cosmic domains and strings [J]. J Phys A , 1976, 9: 1387.
- [2] SIKIVE P. Axions, domain walls and the early universe [J]. Phys Rev Lett, 1982, 48: 1156.
- [3] SHI X, LI X Z. Anomalous superconducting string and W-boson condensation [J]. Phys Rev D, 1990, 42: 2146.
- [4] LI X Z, WANG K L, ZHANG J Z. On the SO(10) monopole [J]. Phys Lett B, 1984, 140: 209.
- [5] LI X Z, HAO J G. Global monopole in asymptotically dS/AdS spacetime [J]. Phys Rev D, 2002, 66: 100701
- [6] JIN X H, LI X Z, LIU D J. A gravitating global k-monopole [J]. Class Quantum Grav, 2007,24: 2773
- [7] Turok N. Global texture as the origin of cosmic structure [J]. Phys Rev Lett, 1989, 63: 2625
- [8] LI X Z, ZHANG J Z. Superconducting strings from heterotic superstring [J]. Phys Rev D, 1992, 45: 2888
- [9] VELENKIN A. Cosmic strings [J]. Phys Rev D, 1981, 24: 2082
- [10] LI X Z, ZHANG J Z. The solutions of the cosmic string loop equation in an expanding universe [J]. Phys Lett B, 1993, 312: 62
- [11] LI X Z, CHENG H B. The elliptic loop equation of a cosmic string [J]. Class Quantum Grav, 1996, 13: 225
- [12] WOOD-VASEY M et al. Observational constraints on the nature of the dark energy: First cosmological results from ESSENCE Supernova Survey [J]. arXiv: astro-ph/0701041
- [13] SPERGEL D et al. Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) three year results: implications for cosmology [J]. arXiv: astro-ph/0603449
- [14] RIESS A G et al. Cepheid calibrations from the Hubble Space Telescope of the luminosity of two recent Type Ia supernova and a redetermination of the Hubble Constant [J]. Astrophys J, 2005, 627: 579
- [15] FREEDMAN W L et al. Final results from the Hubble Space Telescope key project to measure the Hubble Constant [J]. Astrophys J, 2001, 553: 47

The Equation of String Loop and Dark Energy

Ao Xichen, Xi Ping

Center for Astrophysics, Shanghai Normal University, Shanghai (200234)

Abstract

In this paper, the evolution of cosmic string loops in the universe with dark energy is studied by numerical methods. We find that the loops will expand eventually, if the initial radius is big enough. That's because of the effect of repulsive force provided by the dark energy. Finally, whether the expanding loops are observable and the critical time of the loops' transition from contraction to expansion are also investigated.

Keywords: cosmic string, dark energy, cosmological constant, scale factor