

文章编号:0559-9350(2006)02-0160-06

多维联合分布计算方法及其在水文中的应用

戴昌军¹,梁忠民²

(1. 长江水利委员会 长江勘测规划设计研究院规划处,湖北 武汉 430010;

2. 河海大学 水文水资源与水利工程科学国家重点实验室,江苏 南京 210098)

摘要:本文针对多维对数正态分布,采用统计试验方法,比较研究了基于正态化变换的 Moran 方法、传统经验频率方法(empirical frequency method 简称 EFM 法)和将多维转化为一维的费永法(FEI)方法共 3 种多维联合分布计算方法的统计性能。在此基础上,应用南水北调东线工程沿线不同水文区主要站点年径流资料,分析了长江、淮河及黄河流域年径流的丰枯遭遇组合概率。统计试验结果表明,在研究的 3 个多维联合分布频率计算方法中,Moran 方法具有最优的统计无偏性和有效性。对南水北调东线工程沿线区域主要河流径流丰枯组成的分析也表明,Moran 方法可以为径流丰枯组合的频率分析提供合理的计算结果,是解决多变量水文统计计算问题的有效方法。

关键词:多维联合分布;正态变换;统计试验;丰枯遭遇;南水北调工程

中图分类号:P333

文献标识码:A

随机水文事件一般比较复杂,具有多方面特征属性,为了全面了解其统计规律,需要从多个角度对它进行定义和描述。水文事件遭遇组合概率的计算是水资源规划、水文分析计算、水利风险分析中的常遇问题,如:跨流域水资源调配中,需分析不同水文区径流或降雨的丰枯遭遇情况^[1];暴雨洪水共同作用下的风险分析,需要考虑多变量防洪计算问题^[2];拟定设计洪水的地区组成时,往往需要考虑不同区间的来水遭遇^[3];沿海地区城市防洪规划时,需要考虑风暴潮、上游洪水、区间暴雨等水文事件的遭遇概率^[4]。随机水文事件的定义和描述以及不同水文事件遭遇组合概率的计算,在数学上,都可以采用多维联合分布进行求解。但利用多维联合分布理论进行水文分析计算的研究较少,主要原因在于水文变量多维联合分布的显式表达式不易获得,只有正态分布、对数正态分布等少数几种分布可以推导出多维联合分布的解析表达式,对其他分布的多维解析求解则相当困难。

本研究针对多维对数正态分布,采用统计试验方法,比较研究了 3 种多维联合分布的计算方法,并应用于南水北调东线工程不同水文区径流丰枯遭遇分析,对南水北调东线工程的调水潜力进行评价,推荐合理的水文事件遭遇概率计算方法。

1 多维联合分布计算方法

目前,国内外多维联合分布的计算方法研究主要集中于边缘,分布为正态分布、对数正态分布、Gumbel 分布、指数分布等,但这些方法大多局限于二维分布,对三维以上联合分布的求解较为困难。本文将介绍 3 种具有一般性的多维联合分布计算方法:将原始数据变换为正态的 Moran 方法、将多维分布转化为一维分布的 FEI 方法,基于经验频率分析的 EFM 方法。

1.1 正态变换方法(Moran 方法) 由于原始变量的多维联合分布的解析求解比较困难,因此通常将原始变量变换成正态分布变量,继而求解多维正态分布概率。多维正态分布的密度函数如下

收稿日期:2005-04-21

作者简介:戴昌军(1979-),男,江苏句容人,硕士,助理工程师,主要从事水利规划设计及水文水资源研究。

E-mail:yelangdcj@163.com

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2} |\Sigma|^{1/2}} \exp\left[-\frac{1}{2} (x - \mu)^T \Sigma^{-1} (x - \mu)\right] \quad (1)$$

式中: x_1, x_2, \dots, x_n 为正态分布变量; Σ 为协方差矩阵; $\mu = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n)^T, x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ 。

采用 Moran 方法计算多维联合分布的一个关键问题是采用何种正态化变换工具。水利工程领域常用的正态化变换工具主要有 Box-Cox 变换和多项式正态变换 (PNT)。文献[5]的研究表明, Box-Cox 变换后样本的正态性优于 PNT 法, 因此, 本研究中正态化变换工具采用 Box-Cox 变换。

对一组原始样本, Box-Cox 变换可通过式 (2) 将其变换成近似正态分布样本^[6]

$$y_i = \frac{x_i - \lambda}{\sigma}, (\sigma > 0); \quad y_i = \ln(x_i), (\sigma = 0) \quad (2)$$

式中: x_i 是原始样本; y_i 是变换后的样本; λ 是变换参数; y_i 服从正态分布 $N(\mu, \sigma)$; μ 为均值; σ 为标准差。本研究采用极大似然法结合遗传算法求解变换参数 λ 。当原始变量换成正态分布变量后, 利用数值积分方法计算多维正态联合分布概率。

1.2 将多维转化为一维的 FEI 方法 费永法^[7,8] 利用事件积先后推导出二维及多维随机变量转化为一维随机变量的计算方法, 并用以求解丰枯遭遇频率。多维联合分布的计算公式如下

$$P(X_1 \leq x_1, X_2 \leq x_2, \dots, X_n \leq x_n) = P(Z \leq z) \quad (3)$$

此时, 随机变量 Z 的系列为: $z_k = \min(x_{1k}, x_{2k} + a_2, \dots, x_{nk} + a_n)$ 。另一种形式的计算公式

$$P(X_1 \leq x_1, X_2 \leq x_2, \dots, X_n \leq x_n) = P(Z \leq z) \quad (4)$$

此时, 随机变量 Z 的系列为: $z_k = \max(x_{1k}, x_{2k} + a_2, \dots, x_{nk} + a_n)$ 。其中, $a_n = x_{1p} - x_{np}; z = x_{1p}; x_{jp}$ 为随机变量 X_j 的频率为 p 的设计值。

在实际工作中, 随机变量 X_1, X_2, \dots, X_m 的分布一般都假设为已知的某种分布, 而随机变量 Z 的分布一般与 X_1, X_2, \dots, X_m 的分布类型不相同, 属于总体分布未知的水文变量, 因此, $P(Z \leq z)$ 的计算可采用经验频率或者非参数统计方法。文献[9]的研究表明, 多项式正态变换方法 (PNT) 不需要假设总体分布, 是一种统计性能优良频率分析方法, 因此本研究中 $P(Z \leq z)$ 的计算采用 PNT 法。一个偏态分布的变量 X , 可以通过三阶的多项式做正态变换^[10]

$$X = a_0 + a_1 Z + a_2 Z^2 + a_3 Z^3 \quad (5)$$

式中: X 是偏态分布的变量; Z 是标准正态分布的变量; a_0, a_1, a_2, a_3 是多项式系数, 多项式系数 a_0, a_1, a_2, a_3 可采用概率权重矩 (PWM) 估计。

按照 PWM 的定义

$$m = \int_0^1 x(u) u^m du \quad (6)$$

将式 (5) 代入式 (6) 可得

$$m(x) = a_0 C_{m,0} + a_1 C_{m,1} + a_2 C_{m,2} + a_3 C_{m,3} \quad (7)$$

式中: $C_{m,n} = \int_{-\infty}^{\infty} z^n \phi(z) dz$, $\Phi(z), \phi(z)$ 分别为正态分布的分布函数与概率密度函数。

采用丁晶等^[11] 提出的方法估计 a_0, a_1, a_2, a_3 后, 代入式 (7), 解线形方程组即可求出 a_0, a_1, a_2, a_3 。当系数 a_0, a_1, a_2, a_3 已知时, 就可利用两种分布变换后的分位点对应相等的原则, 给定一个正态分布的分位点 (分位数) Z_p , 代入式 (5) 就可推出偏态分布的对应设计值 X_p 。

1.3 基于经验频率分析的 EFM 方法 当随机变量 X_1, X_2, \dots, X_m 的系列较长时, 且变量个数较少时, 可采用经验频率方法 (EFM 方法) 进行计算。以下就二维变量的联合分布概率计算进行说明。首先构造一个 X, Y 的二维表, X 和 Y 的观测值分别按照升序排列, 则有样本观测值 (x_i, y_i) 的概率为

$$P(x_i, y_i) = P(X = x_i, Y = y_i) = n_{ij} / (N + 1) \quad (8)$$

式中: N 表示联合观测的个数, n_{ij} 表示联合观测值 (x_i, y_i) 发生的次数。

则累计经验频率分布为

$$F(x_i, y_i) = P(X = x_i, Y = y_i) = \sum_{m=1}^i \sum_{n=1}^j n_{mn} / (N + 1) \tag{9}$$

2 统计试验研究

本研究采用蒙特卡罗模拟分析技术,模拟多维(二维)对数正态分布的随机数,比较了 Moran 方法、FEI 方法、EFM 方法计算多维对数正态联合分布的效果。

2.1 试验方案设计

2.1.1 总体参数选择 对二维联合分布来说,总体参数的组合情况较多,考虑到本文在方法比较的基础上需进行南水北调东线工程不同水文区年径流丰枯遭遇分析,因此,总体参数选择为以下 4 种类型:长江黄河组合型: $C_{V1} = 0.13, C_{S1} = 0.26, C_{V2} = 0.24, C_{S2} = 0.96$;长江淮河组合型: $C_{V1} = 0.13, C_{S1} = 0.26, C_{V2} = 0.63, C_{S2} = 1.26$;黄河淮河组合型: $C_{V1} = 0.13, C_{S1} = 0.96, C_{V2} = 0.63, C_{S2} = 1.26$;淮河沂沭泗组合型: $C_{V1} = 0.63, C_{S1} = 1.26, C_{V2} = 0.87, C_{S2} = 1.74$ 。

由于均值与结果无关,故统一选择 $E_x = 1000$,此外由于各水文区的相关系数较为接近,统计试验中也都采用了 $\rho = 0.3$,模拟组数取 $k = 1000$ 。

2.1.2 计算频率选择 计算频率分为以下 9 种情况:丰丰型: $p1 = P(x < x_{ff}, y < y_{ff})$;丰平型: $p2 = P(x < x_{ff}, y_{pk} < y < y_{ff})$;丰枯型: $p3 = P(x < x_{ff}, y < y_{pk})$;平丰型: $p4 = P(x_{pk} < x < x_{ff}, y < y_{ff})$;平平型: $p5 = P(x_{pk} < x < x_{ff}, y_{pk} < y < y_{ff})$;平枯型: $p6 = P(x_{pk} < x < x_{ff}, y < y_{pk})$;枯丰型: $p7 = P(x < x_{pk}, y < y_{ff})$;枯平型: $p8 = P(x < x_{pk}, y_{pk} < y < y_{ff})$;枯枯型: $p9 = P(x < x_{pk}, y < y_{pk})$ 。其中 ff, pk 为丰枯划分频率,本文选择 $ff = 37.5\%, pk = 62.5\%$ 。

2.1.3 统计量比较准则 统计量(记为 b)的比较准则为

$$b = \left[\frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \hat{\lambda}_i / \lambda_0 - 1 \right] \times 100\% ; S = \sqrt{\left[\sum_{i=1}^k (\hat{\lambda}_i - \lambda_0)^2 \right] / K / \lambda_0} \times 100\% \tag{10}$$

其中 $|b|$ 越小,表示估计的无偏性越好, S 越小表示有效性越好, λ_0 为二维对数正态分布的理论值。本文比较了 9 种计算频率的无偏性与有效性。

2.2 统计试验结果分析

2.2.1 无偏性比较 无偏性统计试验结果如表 1 所示。分析表明, Moran 方法与 EFM 方法的无偏性比较接近,偏差相对较小, FEI 方法的无偏性,对长江~黄河的径流组合型情况,与另两个方法相当,对其它径流组合情况,相对较差。其原因可能在于组合中某变量的 C_V 较大时,采用非参数的 PNT 法估计频率的效果随之降低,从而影响了 FEI 方法的性能。

2.2.2 有效性比较 有效性统计试验结果如表 2 所示。分析表明,就有效性而言, Moran 方法、EFM 方法、FEI 方法的有效性能递减, 4 种组合的平均有效性指标约为: 25%、45% 和 70%。

2.3 统计试验结论 由各种计算频率的无偏性及有效性的比较可知。

(1) FEI 方法的无偏性能与有效性能均最差,其原因是 FEI 方法原始的公式只能求解丰丰型或者枯枯型的频率,对其他组合,如: $p(x < x_{ff}, y < y_{pk})$, 需要先计算 $p(x < x_{ff})$ 及 $p(x < x_{ff}, y < y_{pk})$, 再用 $p(x < x_{ff}, y < y_{pk}) = p(x < x_{ff}) - p(x < x_{ff}, y < y_{pk})$ 进行求解。由于 FEI 方法转换后系列服从的分布未知,采用非参数估计的 PNT 法对其求解也就存在误差,即 $p(x < x_{ff})$ 及 $p(x < x_{ff}, y < y_{pk})$ 的计算存在误差,再通过代数和计算误差累计,从而造成 FEI 方法在丰枯遭遇计算时成果不稳定,当变量增加时,这种误差将进一步加大。

(2) 传统的基于频率分析的 EFM 方法无偏性较好,但有效性较差,这是因为 EFM 方法对资料系列长度较为敏感,对某一组样本,计算的频率相差较大,但模拟的组数增加时,就趋向于真值,因此总体的无偏性能较好。但由于各组样本的计算结果变化较大,从而有效性较差。

(3) Moran 方法的无偏性及有效性均较优,因此在进行多维联合分布计算时,建议采用 Moran 方法进

行频率分析。

表 1 无偏性统计试验结果(单位: %)

类型	估计方法	bp1	bp2	bp3	bp4	bp5	bp6	bp7	bp8	bp9	平均绝对无偏性
长江~黄河组合型	Moran	- 1.91	1.38	- 1.33	- 0.47	5.73	1.48	- 2.76	1.10	0.23	1.82
	FEI	0.8	- 2.94	1.26	0.12	3.92	- 2.88	- 1.62	0.15	0.77	1.61
	EFM	- 1.99	0.62	1.39	2.13	- 1.14	1.08	- 3.65	- 0.50	1.92	1.60
长江~淮河组合型	Moran	0.86	- 1.14	0.11	1.68	1.98	1.43	- 1.13	- 2.63	- 0.75	1.3
	FEI	18.15	24.17	- 11.55	- 28.46	56.55	11.51	- 7.49	- 15.83	11.84	20.62
	EFM	1.47	2.40	- 3.40	- 0.26	0.50	2.78	- 1.66	- 0.53	- 1.17	1.58
黄河~淮河组合型	Moran	0.36	- 1.35	1.11	1.31	2.09	2.66	- 1.98	- 3.05	- 0.49	1.60
	FEI	8.61	- 12.86	- 4.14	- 16.04	19.96	1.94	- 1.14	- 1.25	1.22	7.46
	EFM	1.97	0.46	- 2.23	- 0.81	0.69	0.62	- 3.05	1.46	- 0.29	1.28
淮河~沂沭泗组合型	Moran	5.99	5.03	- 3.20	4.78	4.45	- 7.25	5.17	1.48	- 10.64	5.33
	FEI	8.97	2.27	- 19.12	38.85	- 11.45	46.97	19.72	5.84	- 13.36	18.51
	EFM	8.21	6.80	- 7.21	3.73	7.51	- 7.51	2.40	7.04	- 13.33	7.08

表 2 有效性统计试验结果(单位: %)

类型	估计方法	sp1	sp2	sp3	sp4	sp5	sp6	sp7	sp8	sp9	平均有效性
长江~黄河组合型	Moran	25.93	20.91	32.56	21.99	18.01	21.92	33.88	21.68	26.89	24.86
	FEI	28.14	37.33	62.66	108.72	74.24	107.85	69.36	42.44	31.36	62.46
	EFM	32.82	48.94	46.54	49.37	59.64	1.08	46.79	49.45	32.61	45.94
长江~淮河组合型	Moran	25.61	21.68	32.46	21.07	16.79	21.58	21.29	20.90	26.27	24.18
	FEI	32.69	53.70	64.98	136.53	139.22	113.81	100.75	84.56	38.48	84.97
	EFM	31.99	49.21	47.07	48.57	59.46	48.08	45.31	50.65	32.59	45.88
黄河~淮河组合型	Moran	26.31	22.45	33.92	20.96	16.69	21.68	32.13	22.54	25.73	24.74
	FEI	28.99	43.15	64.06	118.59	96.99	110.33	80.18	58.51	33.28	70.46
	EFM	33.04	47.86	46.92	48.60	55.26	48.22	45.11	49.23	31.67	45.10
淮河~沂沭泗组合型	Moran	26.44	21.74	32.17	21.77	18.23	23.56	34.41	22.20	26.60	25.24
	FEI	29.73	34.59	67.67	113.41	70.08	116.00	70.24	41.91	32.77	64.04
	EFM	34.27	51.57	46.35	48.47	61.58	49.91	48.08	48.52	33.14	46.88

3 实例应用

根据不同水文区内具有代表性的水文站的 1956~1997 年的年径流资料,采用 Moran 方法分析南水北调东线工程不同水文区年径流丰枯遭遇频率,并与 EFM 方法进行比较。研究的水区包括:长江中下游流域、淮河流域、黄河下游流域。其中,长江中下游流域采用大通站径流资料;淮河流域含有淮河及沂沭泗两个独立水系(本文以下凡涉及淮河流域均为淮河及沂沭泗两个水系总称),淮河水系采用蚌埠站径流资料,沂沭泗水系采用骆马湖入湖径流资料;黄河下游流域采用花园口站径流资料。

3.1 长江黄河丰枯遭遇分析 对研究站点的年径流系列,分别采用皮尔逊型分布(P)和对数正态分布进行了拟合,结果表明,两种统计分布对年径流系列的拟合效果十分接近。由于对多维 P 分布的计算问题目前尚缺乏解析表达式,无法得到组合概率的理论值,所以,本文假定长江、黄河的径流系列服从对数正态分布,采用 Moran 方法与 EFM 方法计算遭遇频率大小,并与二维对数正态分布的理论值进行比较,统计 9 种丰枯组合的离差绝对值之和与离差平方和,计算结果如表 3 所示。分析表明,Moran 方法更接近于理论值,平均离差绝对值约为 1%,优于传统的 EFM 方法,后者平均离差绝对值约为 3%。分析可知,Moran 方法更优,这与前面统计试验的结论是一致的。

3.2 有利于调水至黄河的频率分析 本文根据文献[1]对有利于调水频率的定义,对有利于调水至黄河的频率做如下界定:(1)当长江处于丰水或平水状态时,黄河处于枯水或平水状态,对黄河调水有利;(2)当长江为枯水时,如果淮河水系与沂沭泗同丰或丰平遭遇,同时黄河为非丰,则也是有利于调水至黄

河。有利于调水至黄河的频率见表 4。

表 3 长江黄河丰枯遭遇频率(单位: %)

计算方法	长丰	长丰	长丰	长平	长平	长平	长枯	长枯	长枯	离差绝对值和	离差平方和
	黄丰	黄平	黄枯	黄丰	黄平	黄枯	黄丰	黄平	黄枯		
Moran 方法	16.31	10.19	10.20	10.12	8.13	10.18	9.65	9.67	15.54	9.28	11.15
EFM 方法	14.29	9.52	11.90	14.29	7.14	11.90	7.14	11.90	11.9	23.89	89.81
理论值	17.13	9.31	11.06	9.31	6.38	9.35	11.06	9.31	17.10		

表 4 有利于调水至黄河的频率(单位: %)

计算方法	长丰黄平	长丰黄枯	长平黄平	长平黄枯	长枯						合计
					黄平			黄枯			
					淮丰	淮丰	淮平	淮丰	淮丰	淮平	
					沂丰	沂平	沂丰	沂丰	沂平	沂丰	
Moran 方法	10.20	10.20	8.13	10.20	1.4	0.6	1.12	1.86	0.83	1.68	46.19
EFM 方法	9.52	11.90	7.14	11.90	0	0	2.38	0	2.38	4.86	49.98

研究结果表明,对某一组合而言,变量较少时(如两变量),Moran 方法与 EFM 方法计算结果较为接近,变量较多时(如四变量),计算结果相差显著。EFM 方法由于资料系列较短,组合概率会出现为 0 的情况,从理论来说,这是不合理的。因此,对多维联合分布计算,Moran 方法的计算结果更加合理可靠。

对总的有利于调水的频率而言,两种方法结果接近,Moran 方法与 EFM 方法计算的总的有利于调水至黄河的频率分别约为 46%和 50%。

4 主要结论

本研究采用蒙特卡罗模拟分析技术,比较研究了 Moran 方法、EFM 方法和 FEI 方法 3 种多维联合分布计算方法的统计性能,并将之应用于南水北调丰枯遭遇分析,得到如下主要结论:(1)统计试验结果表明,在对比的 3 个方法中,基于正态化变换的 Moran 方法均具有最优的无偏性和有效性;(2)通过南水北调东线工程不同水文区年径流丰枯遭遇组合分析表明,与其他方法比较,Moran 方法的结果更合理。因此,对多变量水文事件的概率计算问题,建议采用 Moran 方法。计算结果初步表明,南水北调东线工程有利于调水至黄河的概率约为 46%;(3)本文的结论是针对水文变量服从多维对数正态分布的情况,对其他类型的多维分布是否有类似的结论,还有待进一步研究。

参 考 文 献:

[1] 郑红星,刘昌明.南水北调东、中两线不同水文区降水丰枯遭遇性分析[J].地理学报,2000,55(5):523 - 532.

[2] 冯平,崔广涛,胡明昱.暴雨洪水共同作用下的多变量防洪计算问题[J].水利学报,2000,(2):49 - 53.

[3] 赵英林.洞庭湖洪水地区组成及遭遇分析[J].武汉水利电力大学学报,1997,30(1):36 - 39.

[4] 林荣,李国芳.黄浦江风暴潮位、区间降雨量和上游来水量遭遇分析[J].水文,2000,20(3):1 - 5.

[5] 梁忠民,戴昌军.水文分析计算中两种正态变换方法的比较研究[J].水电能源科学,2005,23(2):1 - 3.

[6] Box G E P, Cox D R. An Analysis of Transformations[J]. Journal of the Royal Statistical Society, 1964, B26:211 - 252.

[7] 费永法.一种计算洪水条件概率的方法[J].水文,1989,(1):18 - 23.

[8] 费永法.多元随机变量的条件概率计算方法及其在水文中的应用[J].水利学报,1995,(8):60 - 66.

[9] 梁忠民,戴昌军.水文频率分析中的多项式正态变换方法研究[J].河海大学学报(自然科学版),2004,32(4):363 - 366.

[10] Tung Y K. Polynomial normal transforms in uncertainty analysis[A]. In:Melchers and Stewart,eds. Applications of Statistics and Probability[C]. Rotterdam:Balkema,2000.167 - 173.

[11] Ding Jing, Yang Rongfu. The determination of probability weighted moments with the incorporation of extraordinary values

into sample data and their application to estimating parameters for the pearson type three distribution[J]. Journal of Hydrology,1988,101:63 - 81.

Computation methods of multivariate joint probability distribution and their applications in hydrology

DAI Chang-jun¹, LIANG Zhong-min²

(1. Changjiang Institute of Survey Planning Design and research, Wuhan 430010, China;

2. Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: Three computation methods for multivariate analysis, namely the Moran, EFM and FEI method, were compared by means of Monte-Carlo technique. Among them, the Moran method is normalized-based, EFM is an empirical frequency analysis method while FEI is a multi-to-one dimension method. Annual runoff data at controlling stations within the region of the East Route is South-to-North Water Transfer Project were used to analyze runoff encountering probability among Changjiang River, Huai River and Yellow River. Statistical experiment shows that the Moran method is the best approach if evaluated by either statistical unbiasedness or effectiveness. The analysis of the output of the Plentiful or Scanty runoff encountering also shows that the Moran method is effective in solving the problem of multivariate hydrological statistics.

Key words: multivariate joint probability distribution; normalization transform; Monte-Carlo statistical experiment; runoff encountering analysis; South-to-North Water Transfer Project

(责任编辑:王成丽)

(上接第 159 页)

Poisson ratio of natural structured clays in non-linear elastic model

WANG Li-zhong, LI Ling-ling

(Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

Abstract: According to the formation mechanism of structure the natural clays are classified into three classes: normally consolidated clay, simply over-consolidated clay and structured clay with post-sedimentation structure. Based on the fact that in the process of structural deformation the faster deformation of a certain amount of bonding inhibits the development of secondary compression, so that, the lateral pressure coefficient of the clay can be assumed as the coefficient of normal consolidated soil. Based on the relationship between the tangent Poisson ratio and tangential lateral pressure coefficient and according to the test data of natural clay, it is proposed that the behavior of tangent Poisson ratio is in a pattern with three phases with turning points of gross yield stress and transition stress. The formula for calculating the tangent Poisson ratio of structured soft soil is deduced by generalizing this concept to the condition of triaxial loading. By this method the problem of determining the Poisson ratio of nonlinear elastic model can be solved.

Key words: natural clay; structured; nonlinear elastic model; tangential lateral pressure coefficient; tangential Poisson ratio

(责任编辑:韩昆)